



Uitwerkingen opgaven leerboek

14.1 INTRODUCTIE

Opgave 1

- a Niet waar: De energie van fotonen is evenredig met de frequentie.
- b Waar
- c Waar
- d Niet waar: Atomen zijn veel te klein om met een lichtmicroscop te zien, laat staan dat je binnenin atomen zou kunnen kijken.
- e Waar
- f Niet waar: Bij emissie van een foton door een waterstofatoom springt het elektron naar een lager energieniveau.
- g Waar

Opgave 2

- a $E_f = h \cdot f$ met $c = \lambda \cdot f$ geeft $E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \times \frac{2,998 \cdot 10^8}{700 \cdot 10^{-9}} = 2,84 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- b $P = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ J/s}$. Dus is de fotonenstroom: $\frac{0,28 \cdot 10^{-3} \text{ J/s}}{2,84 \cdot 10^{-19} \text{ J/foton}} = 9,9 \cdot 10^{14} \text{ fotonen/s}$. Hiervan komt 10% door de bril, dat is $9,9 \cdot 10^{13} \text{ fotonen/s}$

Opgave 3

- a Als je al deze zoutkorrels achter elkaar legt, is de lengte van de rij: $10^7 \times 0,3 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^3 \text{ m} = 3 \text{ km}$.
- b De ribbe van een zoutkorrel is 0,3 mm en de afstand tussen de atomen is 0,30 nm dus passen $\frac{0,3 \cdot 10^{-3}}{0,30 \cdot 10^{-9}} = 10^6$ atomen naast elkaar op een ribbe. Dan zitten er $(10^6)^3 = 10^{18}$ atomen in een zoutkorrel.
- c Als je al deze atomen achter elkaar legt, is de lengte van de rij: $10^{18} \times 0,30 \cdot 10^{-9} = 3 \cdot 10^8 \text{ m} = 3 \cdot 10^5 \text{ km}$.

Opgave 4

- a De eerste aangeslagen toestand is een toestand met een hoger energieniveau.
- b Het elektron springt alleen naar een hogere energietoestand, als de energie van het foton gelijk is aan het verschil tussen de energieniveaus van de twee toestanden. En bij een bepaalde fotonenergie hoort een bepaalde golflengte.
- c Bij het terugvallen van de eerste aangeslagen toestand (naar de grondtoestand) komt weer precies dezelfde hoeveelheid energie vrij in de vorm van een foton. Het uitgezonden foton is dus identiek aan het foton dat eerder geabsorbeerd is.
- d Nee, je kunt niet voorspellen op welk moment het atoom vervalst, dat is een toevalsproces.

Opgave 5

- a Op de plaatsen waar de golven uit beide bronnen in fase aankomen wordt het op-en-neer gaan van het water versterkt. Deze plaatsen liggen op zogenoemde buiklijnen. Er zijn ook plaatsen waar de golven uit beide bronnen precies in tegenfase met elkaar aankomen. Daar gaat het water het minst (of helemaal niet) op-en-neer. De lijnen waarop deze plaatsen liggen noemen we knooppunten.
- b Bij een trilling in een snaar interfereert de heengaande golf met de teruggaande golf. Als de lengte van de golf precies een geheel aantal halve golflengtes is, ontstaan in de snaar knopen en buiken en spreekt men van een staande golf.



14.2 GOLFKARAKTER EN DEELTJESKARAKTER VAN LICHT

Opgave 6

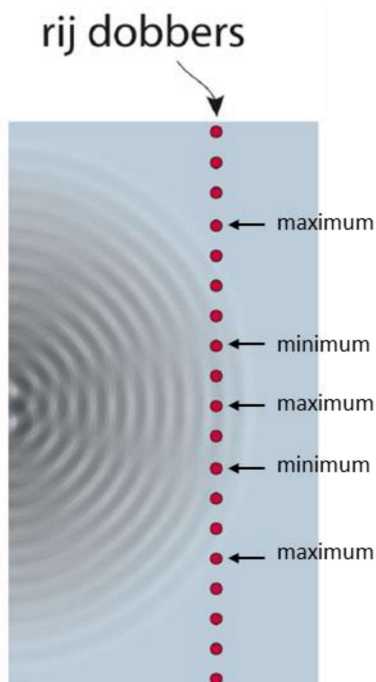
- a Niet waar: Uit het foto-elektrisch effect blijkt dat licht ook een deeltjeskarakter kan vertonen.
- b Waar
- c Niet waar: Bij groen licht heeft het losgemaakte elektron daarna (gemiddeld) minder energie dan bij blauw licht.
- d Waar
- e Waar
- f Waar
- g Waar
- h Niet waar: Interferentie bij een dubbelspleet is een manifestatie van het golfkarakter van licht.

Opgave 7

- a De magnetronstraling die tussen de wanden heen-en-weer wordt weerkaatst interfereert. Hierdoor ontstaan staande golven en dit veroorzaakt warme en koude plekken in de kaas.
- b De plekken waar de kaas smelt komen overeen met de buiken in het interferentiepatroon. Daar is de stralingsintensiteit en de absorptie van fotonen door de kaas het grootst.
- c De afstand tussen de plekken waar de kaas smelt is gelijk aan een halve golflengte van de magnetronstraling.

Opgave 8

a

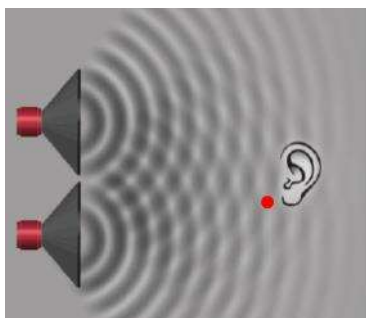


- b Op de middelloodlijn hebben de golven die van beide puntbronnen komen steeds dezelfde fase. De golven versterken elkaar hier, dus is hier een maximum.
- c Als de afstand tussen de bronnen groter wordt gemaakt, zullen er meer maxima en minima zichtbaar zijn.
- d Als de frequentie van de trillingsbron groter wordt gemaakt, zal de golflengte kleiner worden (de golfsnelheid verandert immers niet). Bij een kleinere golflengte zitten de maxima dichters naast elkaar, dus zullen er meer maxima en minima zichtbaar zijn.



Opgave 9

- a De plaats van het oor is in het midden en daar is het faseverschil 0.
- b In het rode punt geldt: $\Delta\varphi = \frac{1}{2}$.



- c In het rode punt zit het 1^{ste} minimum. Het weglengteverschil vanuit beide bronnen daarheen is dus $\frac{1}{2}\lambda$. Meet daarom de afstand van het punt tot de ene bron en tot de andere bron. Bereken daarna het verschil in afstand. Dit weglengteverschil is gelijk aan $\frac{1}{2}\lambda$ dus is hiermee ook de golflengte λ uit te rekenen, als de schaal van de figuur bekend is.
- d Als je bij een minimum staat en één van de luidsprekers wordt losgekoppeld, zul je een toename van het geluidsniveau waarnemen.

Opgave 10

- a De elektromagnetische straling van de gloeilamp wordt in je huid geabsorbeerd als fotonen, maar die fotonenergie is niet voldoende om een elektron los te kunnen maken uit een atoom van je cellen. Er ontstaat dan geen reactie die je een bruine kleur geeft. Wel wordt je er warm van, doordat de elektromagnetische energie omgezet wordt in trillingsenergie van atomen en moleculen.
- b De fotonenergie van de uv-straling is groot genoeg om wel elektronen los te maken van de atomen in je cellen. De huid reageert hierop door (meer) pigment aan te maken en dit geeft de bruine kleur.

Opgave 11

- a De kinetische energie van elk elektron is kleiner dan de fotonenergie, want het elektron gebruikt een deel van de geabsorbeerde fotonenergie om los te komen uit het metaal.
- b De fotonen van licht met een grotere golflengte hebben minder energie, dus zal de kinetische energie van de losgemaakte elektronen kleiner zijn. De uittree-energie verandert immers niet.

Opgave 12

- a Je neemt op het scherm telkens slecht één individuele absorptie van een foton waar, dat is het deeltjeskarakter van licht.
- b Na een lange tijd, als er heel veel fotonen zijn gedetecteerd, is er een buigingspatroon verschenen. Dat hoort bij het golfkarakter van licht.

Opgave 13

- a Een foton kan niet gesplitst worden, dus de halfdoorlatende spiegel splitst gemiddeld het aantal fotonen.
- b Een individueel foton zal de ene of de andere kant op gaan, maar je kunt niet voorspellen welke kant een bepaald foton op zal gaan.

Opgave 14

- a Het zonnezeil krijgt heel kleine duwtjes van de fotonen die weerkaatsen, dus er werkt er een heel kleine kracht op het zonnezeil.
- b Hieruit blijkt het deeltjeskarakter van licht.



Opgave 15

Eigen antwoord

Opgave 16

- a Als de opening kleiner wordt gemaakt, is het buigingseffect sterker (zie figuur 16). Dit resulteert in een grotere diameter van de lichtvlek.
- b Doordat de opening dan kleiner is, komt er minder licht(energie) door. Bovendien is de diameter van de lichte vlek groter, waardoor het licht (de energie) over een grotere oppervlakte wordt verdeeld. Dus wordt de lichtsterkte kleiner, dat wil zeggen het beeld donkerder.
- c De golflengte van het licht van de blauwe laser is kleiner en hierdoor zal het buigingseffect minder zijn. Dus wordt de diameter van de lichtvlek kleiner.

Opgave 17

- a De openingen in het metalen scherm zijn veel groter dan de golflengte van zichtbaar licht, dus zijn er geen buigingsverschijnselen te zien.
- b $c = \lambda \cdot f$ dus $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,998 \cdot 10^8}{2,45 \cdot 10^9} = 0,122 \text{ m} = 12,2 \text{ cm}$
- c De magnetronstraling moet weerkaatst worden door alle wanden, zodat er in de magnetron interferentie optreedt. Bovendien zou de magnetronstraling die door de openingen gaat ook mensen of dieren buiten de magnetron kunnen verhitten en daardoor beschadigen. Vooral ogen worden snel beschadigd door verhitting door magnetronstraling. Als het licht wel door de openingen kan, kun je zien wat er met het gerecht in de magnetron gebeurt, of het al klaar is.

Opgave 18

- a De afstand van de ene spleet tot aan een punt op de middelloodlijn is gelijk aan de afstand van de andere spleet tot aan dat punt, dus komen de golven daar voortdurend in fase aan en versterken elkaar.
- b Bij de getekende ontvanger is het faseverschil precies 1.
- c Als het faseverschil 1 is, hebben de golven uit S_2 er precies een periode langer over gedaan dan de golven uit S_1 . Het afstandsverschil is dan één golflengte λ .
- d Dit afstandsverschil is $4,2 \text{ cm} - 4,0 \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$. De golflengte is ook $0,2 \text{ cm}$.

Opgave 19

- a Binas: de uittree-energie van barium is $2,52 \text{ eV}$.
- b Bij een fotonenergie van $2,52 \text{ eV}$ hoort de kleur blauw-groen.

Opgave 20

- a Door het foto-elektrisch effect werd het deeltjeskarakter van licht aangetoond.
- b Bladgroen absorbeert alleen zichtbaar licht en geen infrarood, doordat bij infrarode straling de fotonenergie te klein is om in het bladgroen een chemische reactie te laten verlopen. Dit is dus een manifestatie van het deeltjeskarakter van licht, doordat steeds de gehele energie van het foton wordt geabsorbeerd.
- c Doordat de fotonenergie van uv-straling groter is dan die van zichtbaar licht, kan uv-straling wel worden omgezet in zichtbaar licht maar niet andersom.

Opgave 21

- a Energie in joule (J), snelheid in meter per seconde (m/s) en impuls in kilogram keer meter per seconde ($\text{kg} \cdot \text{m/s}$).
- b $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{450 \cdot 10^{-9}} = 1,47 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ en
 $E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \cdot c = p \cdot c = 1,47 \cdot 10^{-27} \times 2,998 \cdot 10^8 = 4,41 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- c $E_f = 2,4 \text{ eV} = 2,4 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 3,8 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow$
 $E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ dus $\lambda = h \cdot \frac{c}{E_f} = 6,626 \cdot 10^{-34} \times \frac{2,998 \cdot 10^8}{3,8 \cdot 10^{-19}} = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$



Opgave 22

$$a \quad E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \times \frac{2,998 \cdot 10^8}{530 \cdot 10^{-9}} = 3,748 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,748 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 2,34 \text{ eV}$$

De uittree-energie is $E_u = 1,94 \text{ eV}$ en dus is de maximale kinetische energie

$$E_k = E_f - E_u = 2,34 - 1,94 = 0,40 \text{ eV.}$$

$$b \quad E_f = E_u = 1,94 \text{ eV} = 1,94 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 3,108 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow$$

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{E_f} = 6,626 \cdot 10^{-34} \times \frac{2,998 \cdot 10^8}{3,108 \cdot 10^{-19}} = 6,39 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 639 \text{ nm maximaal}$$

Opgave 23

- a De uittree-energie van cesium is 1,94 eV en die van aluminium is 4,20 eV. De uittree-energie van aluminium is te groot voor het groene en zelfs voor het blauwe licht, dus dit metaal kan het niet zijn. De uittree-energie van cesium zit precies tussen de fotonenergie van het rode en groene licht in, dus het metaal zou wel cesium kunnen zijn.
- b Fotonen met een golflengte van 400 nm hebben volgens figuur 32 een energie van 3,1 eV. De maximale kinetische energie van de elektronen is dus $E_k = E_f - E_u = 3,1 - 1,94 = 1,2 \text{ eV}$.
- c De uittree-energie van natrium is 2,28 eV, dus alle kleuren licht met een fotonenergie van meer dan 2,28 eV kunnen elektronen losmaken uit het natrium. Dat zijn groen, blauw en violet.

Opgave 24

$$a \quad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{600 \cdot 10^{-9}} = 1,10 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b Het vermogen $P = 100 \text{ mW} = 100 \text{ mJ/s}$ en de energie van één foton is

$$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = c \cdot \frac{h}{\lambda} = c \cdot p = 2,998 \cdot 10^8 \times 1,10 \cdot 10^{-27} = 3,311 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Per seconde weerkaatsen er dus $\frac{P}{E_f} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{3,311 \cdot 10^{-19}} = 3,02 \cdot 10^{17}$ fotonen op het stukje aluminium.

$$c \quad \Delta p = 2 \times 1,10 \cdot 10^{-27} \times 3,02 \cdot 10^{17} = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m/s per seconde}$$

d Iedere seconde neemt de impuls van het spiegeltje toe met $6,6 \cdot 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ dus is de impulsstoeiname na 10 minuten $\Delta p \cdot t = 6,6 \cdot 10^{-10} \times 10 \times 60 = 3,96 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

$$\text{De snelheidstoeiname is } \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{3,96 \cdot 10^{-7}}{0,025 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m/s.}$$

De snelheid die het stukje aluminium vanuit rust heeft gekregen is na 10 minuten $1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$.

- e Als het aluminium zwart geleverd wordt, zal al het licht van de laser worden geabsorbeerd in plaats van weerkaatst. Dat betekent dat ook de impuls van de fotonen wordt geabsorbeerd en niet weerkaatst. De impulsverandering van de spiegel is dan niet twee keer zo groot als de fotonimpuls, maar gelijk aan de fotonimpuls. Dan halveren dus de antwoorden van vraag c en d.

Opgave 25

a Het foto-elektrisch effect treedt op boven $f_{\text{grens}} = 10,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

b $E_u = 4,3 \text{ eV}$, dit komt overeen met de waarde die in Binas staat.

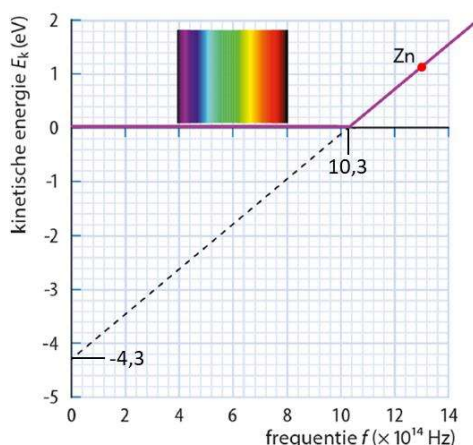
c Bij de grensfrequentie ($f_{\text{grens}} = 10,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$) is de fotonenergie gelijk aan de uittree-energie. Daaruit volgt dat:

$$h \cdot f = E_u \rightarrow h = \frac{E_u}{f_{\text{grens}}} = \frac{4,3 \times 1,602 \cdot 10^{-19}}{10,3 \cdot 10^{14}} = 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$d \quad E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \times \frac{2,998 \cdot 10^8}{230 \cdot 10^{-9}} = 8,64 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,39 \text{ eV} \rightarrow E_k = E_f - E_u = 5,39 - 4,3 = 1,1 \text{ eV}$$



- e De frequentie van het uv-licht $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8}{230 \cdot 10^{-9}} = 1,30 \cdot 10^{15}$ Hz is.
Het punt ($13 \cdot 10^{14}$ Hz, 1,1 eV) is inderdaad een punt op de lijn in de grafiek.



14.3 GOLFKARAKTER VAN MATERIEDEELTJES

Opgave 26

- a Niet waar: De massa van elektronen is veel kleiner dan die van protonen, dus bij gelijke snelheid is de de Broglie-golflengte van de elektronen veel groter.
- b Niet waar: De de Broglie-golflengte van materiedeeltjes hangt af van de massa en de snelheid.
- c Niet waar: Buiging en interferentie van elektronen worden veroorzaakt door het golfkarakter van elektronen.
- d Waar
- e Waar

Opgave 27

Als de versnellingsspanning groter is, wordt de snelheid van de elektronen **groter**. De golflengte van de elektronenbundel wordt dan **kleiner** en de afstand tussen twee maxima wordt **kleiner**.

Opgave 28

- a De de Broglie-golflengte van elektronen is veel kleiner dan de golflengte van licht, dus moet de afstand tussen de spleten en de spleetbreedte veel kleiner zijn. Bij geluid is de golflengte heel veel groter en dus ook de afstand tussen de spleten en de spleetbreedte.
- b Het dubbelspleetexperiment toonde aan dat elektronen niet alleen een deeltjeskarakter hebben, maar ook een golfkarakter en werd daarmee één van de beroemdste experimenten uit de natuurkunde.

Opgave 29

- a Het experiment met het interferentiepatroon na een dubbelspleet kan gedaan zijn met licht of met elektronen (dus met elk van beide).
- b Als het experiment wordt uitgevoerd met één elektron of één foton zie je geen interferentiepatroon. Je ziet immers maar één stip verschijnen op het scherm.
- c Als de elektronen meer kinetische energie hebben, is de golflengte kleiner en is het aantal maxima groter.
- d Als de fotonen meer fotonenergie hebben, is de golflengte kleiner, dus is het aantal maxima groter.



Opgave 30

- a Het patroon van stippen op het detectiescherm achter het kristal is het gevolg van interferentie.
- b Dit experiment is alleen met het golfkarakter van elektronen te verklaren, want interferentie is een golfverschijnsel.
- c De golflengte van licht is veel groter dan de afstand tussen de atomen. Het licht 'ziet' de openingen niet en wordt geabsorbeerd of weerkaatst tegen het kristal, dus ontstaat er geen interferentiepatroon.

Opgave 31

Bij een enkele spleet zie je alleen buiging en geen interferentie, dus de bovenste grafiek hoort bij een enkele spleet.

Opgave 32

Eigen antwoord

Opgave 33

- a De elektronen hebben de kleinste massa, dus hebben ze bij gelijke kinetische energie de grootste snelheid ($E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$).
- b De de Broglie-golflengte is omgekeerd evenredig met de impuls. Bij dezelfde kinetische energie heeft een deeltje met $2 \times$ zo grote massa, een $\sqrt{2} \times$ zo kleine snelheid ($E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) en dus een $\sqrt{2} \times$ zo grote impuls ($p = m \cdot v$). Het deeltje met grootste impuls heeft de kleinste golflengte en dat is het α -deeltje.

Opgave 34

De de Broglie-golflengte van een bundel elektronen is veel kleiner dan de golflengte van licht. Bij kleine voorwerpen met afmetingen in de orde van de golflengte wordt de afbeelding in een gewone microscoop bedorven door buiging. Een heel dunne haar, bijvoorbeeld, wordt niet meer scherp afgebeeld. Door buiging van het licht langs de randen van de haar wordt hij op een scherm of op je netvlies een vage schaduwstreep. Net zo wordt een opening van de orde van grootte van de golflengte van de straling door buiging te breed afgebeeld. Zie bijvoorbeeld de foto van figuur 12, waar laserlicht uitwaaiert na een spleet. Met een elektronenmicroscoop met een veel kleinere (de Broglie-)golflengte van de elektronen zijn daardoor kleinere details waar te nemen.

Opgave 35

- a $E_k = E_{el} = e \cdot \Delta U = 2,5 \cdot 10^3 \times 1,60 \cdot 10^{-19} = 4,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}$
 $E_k = E_{el} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{el}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 4,0 \cdot 10^{-16}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 3,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
- b $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \times 3,0 \cdot 10^7} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
- c $0,2 \text{ nm} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. De grootte van de gaatjes ligt in dezelfde orde van grootte als de de Broglie-golflengte van de elektronen, dus treedt er buiging op.

Opgave 36

- a $100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$ en $m = 58 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{58 \cdot 10^{-3} \times 27,8} = 4,1 \cdot 10^{-34} \text{ m}$
- b De ballen kunnen natuurlijk nooit door openingen die afmetingen hebben in de orde van grootte van de de Broglie-golflengte van deze ballen, dus kunnen er geen buigings- of interferentieverschijnselen waargenomen worden.

Opgave 37

- a De omtrek van de baan is gelijk aan de de Broglie-golflengte: $\lambda = 2\pi \cdot r = 2\pi \times 5,29 \cdot 10^{-11} = 3,324 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.
 Uit $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$ volgt dat $v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \times 3,324 \cdot 10^{-10}} = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.
- b $E_k = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times (2,19 \cdot 10^6)^2 = 2,181 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$



14.4 GOLF-DEELTJE-DUALITEIT EN ONBEPaaldHEID

Opgave 38

- a Niet waar: Een waarschijnlijkheidsverdeling voor de positie van een deeltje geeft voor elke positie de kans dat je een deeltje daar kunt waarnemen. Net zo geeft de waarschijnlijkheidsverdeling voor impuls aan welk percentage van een groot aantal deeltjes die impuls(waarde) heeft.
- b Waar, maar er zijn ook andere grootheden waarvoor in de quantum wereld een waarschijnlijkheidsverdeling geldt. Zie vraag a.
- c Niet waar: Uit het interferentiepatroon blijkt dat beide spleten geopend waren. En dat je over de 'baan' die een elektron heeft afgelegd niets kunt zeggen.
- d Niet waar: Bij detectie van één deeltje manifesteert zich alleen het deeltjeskarakter. Het golfkarakter van materiedeeltjes manifesteert zich statistisch, het is pas waarneembaar na detectie van heel veel deeltjes.
- e Niet waar: Het begrip onbepaaldheid heeft ermee te maken dat op quantumschaal voor elke grootheid een waarschijnlijkheidsverdeling geldt. De theoretisch minimale breedte van die waarschijnlijkheidsverdeling van een waar te nemen grootheid, in een bepaalde situatie, heet de onbepaaldheid van die grootheid.

Opgave 39

- a De golf-deeltje-dualiteit betekent dat golf- en deeltjeskarakter zich niet tegelijk kunnen manifesteren.
- b Als bij een dubbelspleet waargenomen kan worden door welke spleet elk deeltje gaat, overheerst het deeltjeskarakter. Er ontstaat dan geen interferentiepatroon.
- c Als er bij een dubbelspleet een interferentiepatroon ontstaat, overheerst het golfkarakter.

Opgave 40

De onbepaaldheid van plaats Δx is een maat voor de breedte van de waarschijnlijkheidsverdeling om de positie x . De onbepaaldheid van impuls Δp is een maat voor de breedte van de waarschijnlijkheidsverdeling om de impuls p .

Opgave 41

- a Als de breedte van de opening smaller wordt gemaakt, gaan alle elektronen door een kleinere opening en wordt de onbepaaldheid van plaats Δx kleiner.
- b Als bij buiging na een spleet de spleet smaller wordt gemaakt, wordt de onbepaaldheid van plaats Δx kleiner en neemt de onbepaaldheid van impuls Δp (in de x -richting) toe.
- c De bundel wordt in de hoogterichting niet beperkt door de spleet. Er zal in die richting geen buiging optreden.

Opgave 42

- a Het buigingspatroon van een bundel elektronen door een spleet heeft dezelfde vorm als het buigingspatroon van elektromagnetische straling na een spleet, dus kun je aan de verdeling niet zien of het om elektronen of fotonen gaat.
- b Bij meting van een enkel elektron of foton zal dit waargenomen worden op één plaats. Dan heeft de grafiek geen betekenis. Een waarschijnlijkheidsverdeling betreft een heel groot aantal waarnemingen in precies dezelfde situatie.
- c Alleen na een groot aantal elektronen wordt de verdeling van de aantallen deeltjes op de verschillende plaatsen duidelijk.
- d Die schaalverdeling moet zodanig zijn dat de oppervlakte onder de kromme op 100 uitkomt. Dat kan dus pas na afloop en is afhankelijk van het totaal aantal treffers. Maar ook zonder schaalverdeling met getallen kun je bijvoorbeeld wel uitmeten bij welke x -waarde de waarschijnlijkheid de helft is van de maximale waarde.



Opgave 43

- a In figuur 55A en 55B zie je buiging.
- b Als beide spleten geopend zijn, is er interferentie en dat patroon is niet gelijk aan de som van het patroon van de afzonderlijke spleten.
- c Als er met de röntgencamera kan worden gemeten door welke spleet elk elektron is gegaan, ontstaat er geen interferentiepatroon (meer).
- d De opstelling verandert niet door het uitzetten van de camera, dus is het antwoord hetzelfde als bij vraag c.

Opgave 44

Eigen antwoord

Opgave 45

- a Met $F = m \cdot a$ volgt dat: $N \cdot s = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot s = kg \cdot m \cdot s^{-1}$.
- b Het deeltjeskarakter van straling manifesteert zich duidelijk bij ionisatie en dat vindt wel plaats bij bestraling met röntgenstraling en niet met radiostraling. De golflengte van röntgenstraling is immers veel kleiner dan van radiostraling, dus is de energie (en ook de impuls) van de fotonen veel groter ($E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$).

Opgave 46

Als een bundel elektronen door een kleine opening gaat, is ter plaatse van die opening de onbepaaldheid van de positie Δx van de elektronen gelijk aan de grootte van de opening. Om aan de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg te voldoen moet de onbepaaldheid in impuls Δp (in de x-richting) minimaal $\Delta p \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x}$ zijn. Als die Δp niet verwaarloosbaar is vergeleken met de impuls $p = m \cdot v$, is er dus buiging.

Opgave 47

- a De onbepaaldheid van plaats van de heliumatomen zal niet groter worden dan de diameter van het druppeltje.
- b De onbepaaldheid van impuls van de heliumatomen kan niet nul worden, doordat het product met de eindige onbepaaldheid van plaats niet nul mag worden. De (gemiddelde) waarde van de (kinetische) energie, die evenredig is met het kwadraat van de snelheid en dus met het kwadraat van de impuls, kan niet nul worden. Er blijft in de limiet een bepaalde *nulpuntsenergie* per atoom over.

Opgave 48

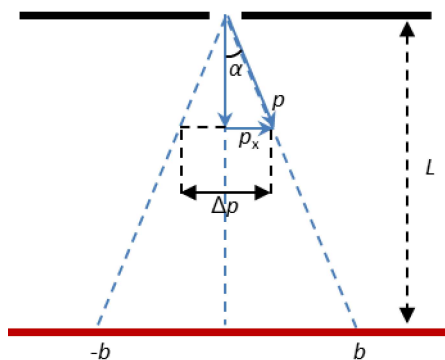
- a De diameter van de kern heeft een orde van grootte van $1 \cdot 10^{-14}$ m, dus is de plaats van het elektron (als het zich in de kern bevindt) binnen een afstand van $1 \cdot 10^{-14}$ m bepaald.
- b $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta p \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{4\pi \times 1 \cdot 10^{-14}} = 5 \cdot 10^{-21}$ kg · m/s
- c $\Delta p = m_e \cdot \Delta v \rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m_e} \geq \frac{5 \cdot 10^{-21}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 6 \cdot 10^9$ m/s. De onzekerheid in de snelheid is al groter dan de lichtsnelheid, dus zou de gemiddelde snelheid van een elektron in de kern groter zijn dan de lichtsnelheid.

Opgave 49

- a $\Delta E_k = -\Delta E_{el} = -q \cdot U = 1,60 \cdot 10^{-19} \times 500 = 8,0 \cdot 10^{-17}$ J
Met $\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$ geeft dit $v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta E_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 8,0 \cdot 10^{-17}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,3 \cdot 10^7$ m/s.
- b $p = m \cdot v = 9,11 \cdot 10^{-31} \times 1,3 \cdot 10^7 = 1,2 \cdot 10^{-23}$ kg · m/s



- c Voor die elektronen die het scherm treffen bij $y = b$, is de richting in de opening zo veel veranderd dat p_x daar gelijk is aan de helft van de onbepaaldheid (van impuls). Want voor de elektronen die bij $y = -b$ het scherm treffen geldt een even grote afwijking de andere kant op. Noem voor die elektronen de hoek tussen p_x en p : α , dan is $\sin \alpha = \frac{p_x}{p} = \frac{\frac{1}{2}\Delta p}{p}$ en $\tan \alpha = \frac{b}{L}$, zie figuur.



Als hoek α erg klein is, is $\sin \alpha = \tan \alpha$. Dat uitwerken geeft $\frac{\frac{1}{2}\Delta p}{p} = \frac{b}{L} \rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{2b}{L}$.

- d $\Delta p = p \cdot \frac{2b}{L} = 1,2 \cdot 10^{-23} \times \frac{2 \times 1,00}{100} = 2,4 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

Opgave 50

- a Als je op een moment de energie van de deeltjes heel nauwkeurig wilt bepalen, is ΔE heel klein. Dus kan volgens deze onbepaaldheidsrelatie Δt niet heel klein zijn (dus niet exact zijn) en dat betekent dat de meting een heel klein beetje is uitgesmeerd in de tijd.
- b Voor de kinetische energie van een materiedeeltje geldt $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. De tijdsafgeleide van de energie is dan $\frac{\Delta E}{\Delta t} = m \cdot v \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$ zodat voor de onbepaaldheid geldt $\Delta E = m \cdot v \cdot \Delta v = v \cdot \Delta(mv) = v \cdot \Delta p$. Daaruit volgt dan: $\Delta E \cdot \Delta t = v \cdot \Delta p \cdot \Delta t = \Delta p \cdot v \cdot \Delta t = \Delta p \cdot \Delta x$ en dus ook $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$.
- c Voor de fotonimpuls geldt: $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{E_f}{c}$ en doordat c constant is: $\Delta p = \frac{\Delta E_f}{c}$ of $\Delta E_f = c \cdot \Delta p$.
De 'positie' x van een foton is 'ergens' in de lengte l van een lichtflits en $l = c \cdot t_{\text{puls}}$ dus geldt: $\Delta x = c \cdot \Delta t_{\text{puls}}$.
Of $\Delta t_{\text{puls}} = \frac{1}{c} \cdot \Delta x$ waaruit volgt dat $\Delta E_f \cdot \Delta t_{\text{puls}} = \Delta x \cdot \Delta p$ en dus ook $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$.

14.5 GEBONDEN EN OPGESLOTEN DEELTJES

Opgave 51

- a Niet waar. In het éédimensionale energieputmodel past de halve de Broglie-golflengte van het deeltje een geheel aantal keren in de lengte van de energieput. De staande de Broglie-golf geeft een waarschijnlijkheidsverdeling over de lengte weer. In het atoommodel van waterstof past de hele de Broglie-golflengte van het elektron een geheel aantal keren op de omtrek van de baan. In het atoommodel is er geen staande de Broglie-golf die iets betekent of weergeeft.
- b Waar
- c Waar
- d Niet waar. De energie van een gebonden elektron is negatief, omdat er energietoevoer nodig is om het elektron uit het atoom los te maken. Een niet-bewegend elektron heeft energie nul op oneindig grote afstand van de kern.
- e Niet waar. De nulpuntsenergie is de energie van de laagste toestand. Voor een waterstofatoom is dat $-13,6 \text{ eV}$



Opgave 52

- a Op de plaatsen waar een knoop van de staande de Broglie-golf is, is de kans om het deeltje te detecteren minimaal.
- b De grijze stippeltjes geven de kans aan om een deeltje te detecteren. Op plaatsen waar veel grijze stippeltjes te zien zijn, is de kans groter om een deeltje te detecteren.

Opgave 53

- a De maximale de Broglie-golflengte van een vrij elektron in een langer molecuul is groter, dus zijn de energieniveaus van dezelfde quantumtoestanden lager in het langere molecuul. En daardoor zijn ook de energiesprongen tussen dezelfde quantumtoestanden kleiner dan bij een korter molecuul. De fotonen van rood licht bevatten minder energie dus heeft het kleurmolecuul dat rood licht absorbeert de grootste lengte.
- b Doordat beide verschillende soorten kleurmoleculen elk een gebied uit het zichtbare deel van het elektromagnetisch spectrum absorberen, wordt er zoveel mogelijk energie uit het opvallende (witte) licht gehaald.
- c Groen, want de moleculen laten het blad groen kleuren, die kleur wordt gereflecteerd, of doorgelaten.

Opgave 54

- a Voorbeelden van deeltjes waarvoor het model 'een deeltje in een energieput' bruikbaar is, zijn kerndeeltjes in een atoomkern en een elektron in een lang molecuul of in een nanodeeltje van metaal.
- b Als de deeltjes, bijvoorbeeld elektronen, een verdeling over een beperkt aantal quantumtoestanden hebben, mag je verwachten dat er ook maar een beperkt aantal energieovergangen zullen optreden. Dan kun je dus bijvoorbeeld een niet-continu emissie- of absorptiespectrum verwachten.
- c Een kern is heel veel kleiner dan een kleurstofmolecuul, dus is de de Broglie-golflengte van een kerndeeltje in de grondtoestand in een kern kleiner dan van een vrij elektron in de grondtoestand in een kleurstofmolecuul.

Opgave 55

- a Bij die snelheid is de orde van grootte van de de Broglie-golflengte van de vrije elektronen:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \times 10^3} = 10^{-6} \text{ m.}$$
 In 1 cm gloeidraad passen dan meer dan $\frac{0,01}{10^{-6}} = 10^4$ halve de Broglie-golflengtes. De orde van grootte van het quantumgetal van de quantumtoestand van een vrij elektron zal daarmee overeenkomen.
- b Het spectrum van een hete metalen gloeidraad is een continu spectrum. Er komen dus heel veel golflengtes in voor en elk foton komt overeen met een energiesprong van een elektron. Veel energiesprongen in korte tijd betekent dat er veel (terugvallende) elektronen moeten zijn.
- c Het spectrum van een hete metalen gloeidraad is een continu spectrum. Er ontbreken geen golflengtes in het spectrum, geen donkere lijnen of gebieden. De overgangen tussen energietoestanden zijn niet gequantiseerd en dus de energieniveaus ook niet.

Opgave 56

Eigen antwoord

Opgave 57

- a $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ dus $E_2 - E_1 = -\frac{13,6}{2^2} - \left(-\frac{13,6}{1^2}\right) = 13,6 \left(-\frac{1}{4} + 1\right) = 10,2 \text{ eV}$
 $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{10,2 \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 1,216 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 122 \text{ nm}$
- b De golflengte van de kleinste energiesprong (121,6 nm) is te klein om in het zichtbare gebied te vallen. Alle andere energiesprongen zijn nog groter, dus de bijbehorende golflengtes zijn nog kleiner en zullen dus zeker buiten het zichtbare gebied vallen.



- c Voor de zesde lijn geldt: $E_8 - E_2 = -\frac{13,6}{8^2} - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right) = 13,6 \left(-\frac{1}{64} + \frac{1}{4}\right) = 3,19 \text{ eV}$
- $$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{3,19 \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 3,89 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 389 \text{ nm. Dat is inderdaad de zesde lijn op spectraalplaat 3 van Binas tabel 20.}$$
- d De golflengtes van de Paschenreeks zijn groter en vallen in het infrarode deel van het spectrum.

Opgave 58

- a $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$ geeft $E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot 1^2 = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times (0,90 \cdot 10^{-9})^2} = 7,44 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,46 \text{ eV}$.
- b $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2 = E_1 \cdot n^2 = 0,46 \cdot n^2$
- c Met 6 vrije elektronen zijn in de grondtoestand niveau 1 t/m 3 bezet.
- d Er kan een elektron van niveau 3 naar niveau 4 'springen', de energie die daarvoor nodig is, is te berekenen:
 $E_4 - E_3 = 0,46 \cdot (4^2 - 3^2) = 0,46 \times 7 = 3,2 \text{ eV}$
 Met $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ volgt: $\lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{3,2 \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 390 \text{ nm}$
- e De kleinste sprong omhoog die een elektron in dit molecuul kan maken is van niveau 3 naar 4, alle andere sprongen omhoog: van niveau 1 of 2 naar niveau 4 of van niveau 3 naar niveau 5 zijn groter. Daar hoort dan een grotere energie en dus een kortere golflengte bij.
- f van niveau 1 naar niveau 4 kost $E_4 - E_1 = 0,46 \cdot (4^2 - 1^2) = 0,46 \times 15 = 6,9 \text{ eV}$
 van niveau 1 naar niveau 5 kost $E_5 - E_1 = 0,46 \cdot (5^2 - 1^2) = 0,46 \times 24 = 11 \text{ eV}$, dat is meer dan 10,4 eV (dus zal bij deze energie ionisatie plaatsvinden)
 van niveau 2 naar niveau 4 kost $E_4 - E_2 = 0,46 \cdot (4^2 - 2^2) = 0,46 \times 12 = 5,5 \text{ eV}$
 van niveau 2 naar niveau 5 kost $E_5 - E_2 = 0,46 \cdot (5^2 - 2^2) = 0,46 \times 21 = 9,7 \text{ eV}$
 van niveau 2 naar niveau 6 kost $E_6 - E_2 = 0,46 \cdot (6^2 - 2^2) = 0,46 \times 32 = 15 \text{ eV}$, dat is meer dan 10,4 eV
 van niveau 3 naar niveau 4 kost 3,2 eV (zie vraag d)
 van niveau 3 naar niveau 5 kost $E_5 - E_3 = 0,46 \cdot (5^2 - 3^2) = 0,46 \times 16 = 7,4 \text{ eV}$
 van niveau 3 naar niveau 6 kost $E_6 - E_3 = 0,46 \cdot (6^2 - 3^2) = 0,46 \times 27 = 12 \text{ eV}$, dat is meer dan 10,4 eV
 Bij drie van de acht vermelde stappen treedt ionisatie op. Dus zijn er binnen het molecuul acht min drie is vijf stappen omhoog mogelijk.

Opgave 59

- a Als de kleur van de kleurstof geel is, zal de kleurstof het gele licht juist reflecteren of doorlaten (en de andere kleuren absorberen).
- b Volgens het model wordt een golflengte van 410 nm geabsorbeerd, dat is blauw/violet (zie de tabel in figuur 72 en het rekenvoorbeeld daarnaast).
- c Als blauw/violet wordt geabsorbeerd, dan worden groen, geel en rood gereflecteerd of doorgelaten. De combinatie van groen en rood zien wij ook als geel licht, dus is de kleur van de kleurstof geel.

Opgave 60

- a $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{540 \cdot 10^{-9}} = 3,679 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,30 \text{ eV}$
- b $E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \times 1^2 = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times (1,2 \cdot 10^{-9})^2} = 4,18 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,26 \text{ eV}$
- c $E_f = E_5 - E_4 = E_1 \times (5^2 - 4^2) = 0,26 \times 9 = 2,35 \text{ eV}$, dat komt (ongeveer) overeen met de fotonenergie die hoort bij een golflengte van 540 nm.



Opgave 61

- a $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{710 \cdot 10^{-9}} = 2,80 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,75 \text{ eV}$
- b Bij 12 vrije elektronen zijn in de grondtoestand niveau 1 t/m 6 bezet en is de kleinste sprong (die hoort bij de grootste geabsorbeerde golflengte) van een elektron van niveau 6 naar niveau 7. De absorptie van 1,75 eV hoort dus bij overgang $E_6 \rightarrow E_7$.
- c Voor de overgang $E_6 \rightarrow E_7$ geldt: $E_f = E_7 - E_6 = E_1 \times (7^2 - 6^2) = 13 \times E_1$.
- d $E_f = 13 \times \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \rightarrow L = \sqrt{\frac{13 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot E_f}} = \sqrt{\frac{13 \times (6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times 2,80 \cdot 10^{-19}}} = 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,7 \text{ nm}$

Opgave 62

- a Voor het deeltje in een energieput geldt dat $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$ dus $E_3 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot 3^2 = E_1 \times 3^2 = 9 \times E_1$.
- b Door het kwadraat in de formule van E_n neemt bij toenemende n het verschil tussen E_{n+1} en E_n steeds meer toe. Dit kun je goed zien door een uitdrukking voor dit energieverval af te leiden:
 $E_{n+1} - E_n = E_1 \cdot (n+1)^2 - E_1 \cdot n^2 = E_1 \cdot (n^2 + 2n + 1) - E_1 \cdot n^2 = E_1 \cdot (2n + 1)$
 Hieraan is te zien dat bij hogere waarden van n de afstand tussen de energieniveaus ook groter is.
 (Maar opeenvolgende niveauverschillen verschillen onderling heel weinig bij hoge quantumgetallen:
 $E_{n+2} - E_{n+1} = E_1 \cdot (n+2)^2 - E_1 \cdot (n+1)^2 = E_1 \cdot (n^2 + 4n + 4) - E_1 \cdot (n^2 + 2n + 1) = E_1 \cdot (2n + 3)$
 Voorbeeld: als $n = 1000$ is de sprong naar $n = 1001$: $\Delta E = 2001 \cdot E_1$ en die van $n = 1001$ naar $n = 1002$ is $\Delta E = 2003 \cdot E_1$ dat is dus een onderling verschil van 1 promille.)
- c In een heel lange put is de langste de Broglie-golflengte heel groot en de nulpuntsenergie dus heel klein. Bij normaal gemiddelde energie van een deeltje zal het quantumgetal dan heel groot zijn. De sprong naar een volgend niveau is dan **relatief** klein: $\Delta E = E_1 \cdot (2n + 1)$ en $E_n = n^2 \cdot E_1$, dus $\frac{\Delta E}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2} = \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \approx \frac{2}{n}$ (bij grote n is $\frac{1}{n^2} \ll \frac{1}{n}$).
- d Dat betekent dat het aantal de Broglie-golflengtes in de put oneindig groot kan zijn en dus ook het quantumgetal n en de bijbehorende energie..

Opgave 63

- a De energie van het gebonden elektron in het atoom bestaat uit kinetische energie en elektrische energie. De elektrische energie is negatief (vergelijkbaar met gravitatie-energie). Er moet energie toegevoerd worden om het elektron uit het atoom naar heel ver weg (en stilstaand) te brengen, waar de energie op nul is gesteld. Daardoor is de totale energie binnen het atoom negatief.
- b Uit de afleiding van Bohr (zie werkblad 1, pagina 122 van het leerboek) voor zijn atoommodel van waterstof volgt:
 $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ dus naarmate n stijgt liggen E_{n+1} en E_n steeds dicht bij elkaar en wordt het verschil tussen E_{n+1} en E_n steeds kleiner.
- c De grootste sprong bij absorptie is van $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ naar $E_\infty = 0 \text{ eV}$.
 De minimale golflengte is te berekenen met: $\lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{13,6 \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 9,1 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 91 \text{ nm}$.
- d 91 nm is de golflengte die hoort bij een fotonenergie van 13,6 eV. Omdat 13,6 eV de grootste fotonenergie is die een gebonden elektron kan absorberen waarbij het toch gebonden blijft, zullen er geen spectraallijnen zijn bij golflengtes onder de 91 nm.
- e Bij 100 nm zullen de absorptielijnen heel dicht bij elkaar liggen, doordat de hoge energieniveaus heel dicht bij elkaar liggen. De absorptielijnen zijn dan niet duidelijk te onderscheiden.



Opgave 64

a $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9} \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 2,1 \text{ eV}$

b $E_f = E_2 - E_1 = E_1 \times (2^2 - 1^2) = 3 \times E_1 \rightarrow E_1 = \frac{E_f}{3} = \frac{2,11}{3} = 0,70 \text{ eV}$

c $E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \rightarrow L = \sqrt{\frac{h^2}{8 \cdot m \cdot E_1}} = \sqrt{\frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times 0,70 \times 1,602 \cdot 10^{-19}}} = 7,3 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,73 \text{ nm}$

d In het energieputmodel is de putlengte gelijk aan de halve de Broglie-golflengte van de grondtoestand van het deeltje. De omtrek van de Bohrse baan van het buitenste elektron is in de grondtoestand gelijk aan een hele de Broglie-golflengte.

e De omtrek is dus $2L$ en is ook gelijk aan $2\pi r$. Volgens het gecombineerde oude Bohrmodel met het putmodel is de atoomstraal in de grondtoestand dan $r = \frac{L}{\pi} = \frac{7,3 \cdot 10^{-10}}{\pi} = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,23 \text{ nm}$.

Als metingen de waarde $r = 186 \text{ pm} = 0,19 \text{ nm}$ geven, is het energieputmodel dus een redelijke benadering.

f Volgens het energieputmodel neemt de hoogte van het energieniveau kwadratisch toe met het quantumgetal en dat is in deze figuur (totaal) niet het geval.

Opgave 65

a $E_f = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot (2^2 - 1^2) = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ en $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ geeft $\frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow$

$$L = \sqrt{\frac{3 \cdot h \cdot \lambda}{8 \cdot m \cdot c}} = \sqrt{\frac{3 \times 6,626 \cdot 10^{-34} \times 550 \cdot 10^{-9}}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times 2,998 \cdot 10^8}} = 7,07 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

b Is de lengte L van de put $2 \times$ zo klein, dan is de energie E_n van elke quantumtoestand $4 \times$ zo groot en dus is ook het energieverschil tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand $4 \times$ zo groot.

c Als de energie van het geabsorbeerde foton $4 \times$ zo groot is zal de golflengte $4 \times$ zo klein zijn. De golflengte wordt dan $\frac{550}{4} = 138 \text{ nm}$ en dat valt buiten het zichtbare gebied (ultraviolet).

Opgave 66

a Het heliumion heeft ook maar één enkel gebonden elektron dat ongeveer radiaal aangetrokken wordt door de atoomkern. De afleiding van Bohr voor het waterstofatoom gaat daardoor ook goed op voor het heliumion, waarbij wel de aantrekking door de beide protonen in de kern voor een $2 \times$ zo grote middelpuntzoekende kracht zorgt. Het heliumatoom heeft echter twee elektronen die ook elkaar weer beïnvloeden, daarvoor geldt het quantummodel van Bohr niet meer.

b Vergelijk het energieniveauschema van He^+ in figuur 77 met het energieniveauschema van waterstof in figuur 69. De nulpuntsenergie van He^+ is $-54,40 \text{ eV}$ en die van waterstof is $-13,60 \text{ eV}$. De nulpuntsenergie van He^+ is dus precies $4 \times$ zo groot als die van waterstof. Alle getallen in figuur 77 blijken $4 \times$ zo groot te zijn als de getallen in figuur 69:

voor $n = 1$: $54,40/13,60 = 4,0$,

voor $n = 2$: $13,59/3,4 = 4,0$,

voor $n = 3$: $6,03/1,51 = 4,0$, enzovoort.

c $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{164,0 \cdot 10^{-9} \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 7,561 \text{ eV}$

d Dat hoort bij de overgang van $n = 3$ naar $n = 2$ want $-6,03 - (-13,59) = 7,56 \text{ eV}$.



Opgave 67

a $E_f = 140 \text{ keV} = 140 \cdot 10^3 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 2,243 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

De energie die nodig is om van de grondtoestand naar de eerste aangeslagen toestand te komen is

$$E_f = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot (2^2 - 1^2) = 3 \cdot E_1 \text{ dus } E_1 = \frac{E_f}{3} = \frac{2,243 \cdot 10^{-14}}{3} = 7,48 \cdot 10^{-15} \text{ J } (= 7,5 \cdot 10^{-15} \text{ J})$$

b $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot v^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m \cdot v)^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$

c Schrijf de bij b afgeleide vergelijking om en vul in:

$$p = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m} = \sqrt{2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-15} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,0 \cdot 10^{-21} \text{ N} \cdot \text{s}$$

(Met $p = m \cdot v$ zou je voor de eenheid van impuls vinden $\text{kg} \cdot \text{m/s}$. Deze eenheid is gelijk aan $\text{N} \cdot \text{s}$. Er geldt immers $\text{N} \cdot \text{s} = \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$)

d $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{5,0 \cdot 10^{-21}} = 1,3 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

e $L = \frac{\lambda}{2} = 6,6 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

f $\frac{1,8 \cdot 10^{-10}}{1 \cdot 10^4} = 1,8 \cdot 10^{-14}$, dat is ongeveer $4 \times$ zo klein als de bij e berekende afmeting dus ja, de schatting van de grootte van de atoomkern met het energieputmodel komt aardig overeen met de schatting van Rutherford.

Opgave 68

a De energie van een foton met een golflengte van 600 nm of kleiner is minimaal:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b In de goudbolletjes springen de vrije elektronen van de grondtoestand naar de eerste aangeslagen toestand. Volgens het model voor een ééndimensionale energieput geldt: $E_f = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \times (2^2 - 1^2) = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$. Hierin stelt L een lengte voor die in benadering de diameter van een bolletje voorstelt. Hoe kleiner deze diameter is, hoe groter de fotonenergie van het geabsorbeerde licht dus zal zijn.

c Voor een minimale energie geldt dus dat er een maximale afmeting L en dus een maximale diameter is.

14.6 TUNNELING

Opgave 69

- a Niet waar: Tunneling betekent dat het deeltje (net) buiten de energiebarrière van een opsluiting gedetecteerd kan worden.
- b Niet waar: Bij tunneling duikt een deeltje op buiten een energiebarrière die te hoog lijkt om te overwinnen. Het lijkt er op dat het deeltje door de barrière heen is gegaan, maar dat is niet waar te nemen.
- c Waar
- d Waar
- e Niet waar: Bij een STM wordt een oppervlak afgetast met een zeer dunne naald die op atomaire afstand langs het oppervlak beweegt.

Opgave 70

- a Bij isotopen met een grote halveringstijd duurt het erg lang totdat de helft van het aantal actieve kernen is vervallen dus is de kans op tunneling klein.
- b In de kern is de (aantrekkende) sterke kernkracht het grootst en houdt de protonen en neutronen bij elkaar, dat is de krater van de vulkaan. Als een alfadeeltje buiten de kern is, is de (afstotende) elektrische kracht het grootst (maar veel kleiner dan de sterke kernkracht in de kern), dat is de aflopende bergflank van de vulkaan.
- c Buiten de kern is de energie van een uitgezonden alfadeeltje ongeveer 7,5 MeV, dat is af te lezen in figuur 88 door de zwarte stippellijn te volgen.



Opgave 71

- a In de tekening van figuur 85 zie je dat de naald verbonden is met de positieve pool van de bron. Er tunnelen dus vrije elektronen uit het metaal naar de naald.
- b Bij een STM beweegt de naald zich vlak langs de atomen van het metaaloppervlak. Dat oppervlak en het gebied tussen het oppervlak en de punt van de naald vormt een barrière voor de elektronen in het metaal, die ze kunnen overbruggen door te tunnelen.
- c Als de afstand tussen de naald en het oppervlak toeneemt, wordt de barrière breder en de kans op tunneling kleiner.
- d Als de afstand tussen de naald en het oppervlak toeneemt, wordt de sterkte van de tunnelstroom kleiner.
- e Als de sterkte van de gemeten tunnelstroom kleiner wordt, laat de STM de naald iets zakken. Zo wordt de sterkte van de tunnelstroom constant gehouden. Door voortdurend de hoogte z en de (x, y) -positie van de naald(punt) te meten is zo een 'hoogtekaart' van het oppervlak te maken.
- f Die beeldspraak klopt wel aardig, bij het lezen van braille wordt ook het oppervlak afgetast naar hoogteverschillen.

Opgave 72

Eigen antwoord

Opgave 73

- a De breedte van de energiebarrière is de afstand vanaf de tip van de naald tot net in het oppervlak van het te scannen metaaloppervlak.
- b Bij een STM wordt de breedte van de energiebarrière aangepast door de afstand tussen de naald en het oppervlak aan te passen.
- c De hoogte van de energiebarrière neemt vanaf het metaaloppervlak af naar de naald door het elektrisch veld tussen de tip en het metaaloppervlak. Dat elektrisch veld is het gevolg van de spanning tussen de naald en het metaal.
- d Als de gele oppervlakte kleiner is, is de kans op tunneling groter en daardoor de tunnelstroom.
- e De spanning wordt constant gehouden, omdat dan de sterkte van de tunnelstroom alleen afhankelijk is van de afstand tussen de tip van de naald en het metaaloppervlak.

Opgave 74

- a De halveringstijd van radium is kleiner dan van uranium, dus is de kans op tunneling groter bij radium.
- b De kans op tunneling bij radium is groter. De energiebarrière zal lager (en/of smaller) zijn dan bij uranium.

Opgave 75

De kinetische energie van de protonen is niet groot genoeg om op elkaar te 'botsen'. Het energietekort is ook te groot om te kunnen overbruggen door kernen die net iets meer energie hebben. Maar kernen botsen niet als knikkers. Protonen zijn quantumdeeltjes met een waarschijnlijkheidsverdeling voor de positie, die groter is dan het deeltje zelf. De waarschijnlijkheidsverdelingen van twee protonen kunnen op een bepaald moment zo ver overlappen, dat er fusie optreedt. Het ene proton tunnelt dan door de elektrische energiebarrière van het andere proton (of omgekeerd).

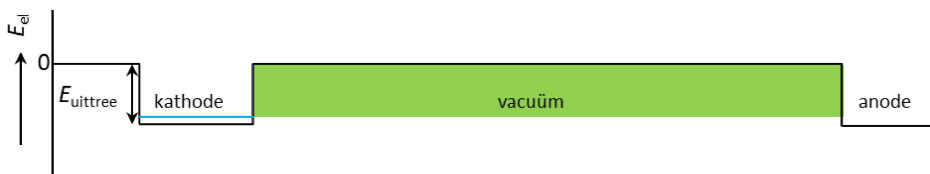
Opgave 76

- a De massa van de elektronen blijft constant dus de drie grootheden die de kans op tunneling bepalen zijn 1) de hoogte van de energiebarrière, 2) de breedte van de energiebarrière en 3) de energietoestand van het deeltje.
- b Bij een grotere drukkracht wordt de energiebarrière smaller, waardoor de kans op tunneling toeneemt. Het materiaal gaat dan beter geleiden en de weerstand neemt af.
- c Als de temperatuur toeneemt, zet het isolerende materiaal uit. De metaalkorreltjes komen daardoor verder van elkaar te liggen, de energiebarrière wordt breder en de kans op tunneling neemt af waardoor de weerstand toeneemt. (De kinetische energie van de vrije elektronen zal ook toenemen bij een stijgende temperatuur, maar dit effect is kleiner dan het effect van het uitzetten van het materiaal.)

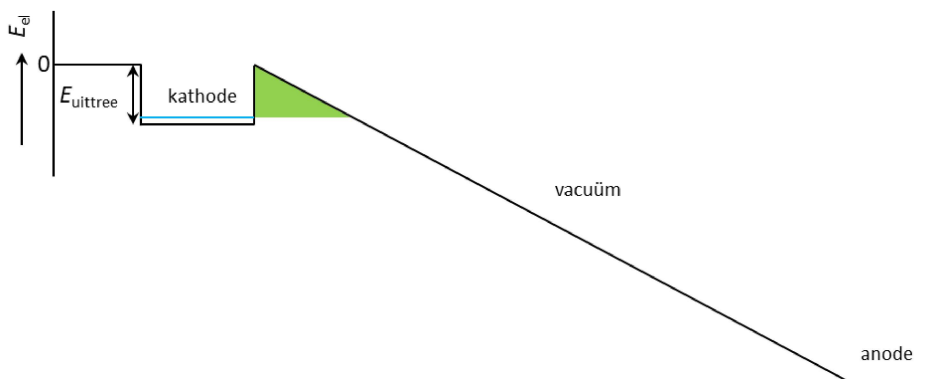


Opgave 77

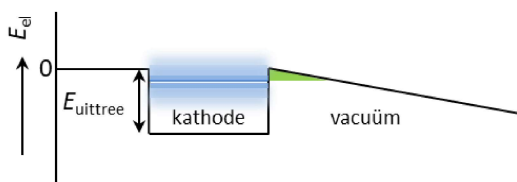
- a In die oude buizen werd de (bewegings)energie van de vrije elektronen in het metaal niet verhoogd. De zeer hoge spanning tussen de kathode en de anode zorgde ervoor dat de energiebarrière versmald werd, zodat de elektronen toch uit het metaaloppervlak van de kathode konden tunnelen.
- b Als er geen spanning staat over de anode en kathode, is de energiebarrière vanuit de kathode naar de anode heel erg breed en van boven vlak. Zie figuur. De afstand tussen de kathode en de anode is de breedte van de energiebarrière en die is heel groot. Zie figuur.



- c Door een hoge elektrische spanning tussen de anode en de kathode loopt de energiebarrière steil af. Zie figuur.



- d Tunneling krijgt een kans als de energiebarrière smal genoeg is, op de energiehogte van een vrij elektron in de kathode. Het gaat dus om de steilheid van de aflopende energiebarrière. En daarvoor moet bij grote afstand de spanning over kathode en anode groot zijn. Als het vacuüm heel breed is, moet het 'energieverschil door spanning' tussen anode en kathode heel groot zijn om de groene oppervlakte klein te houden.
- e Als de gloeidraad de kathode verhit, is de gemiddelde energie van de vrije elektronen in de kathode hoger en is ook de spreiding van de energie over de verschillende vrije elektronen groter. Er ontsnappen dan vrije elektronen die door botsingen met de atomen in het metaalrooster voldoende energie hebben gekregen om 'over' de energiebarrière te 'springen'. Tunneling is dan nauwelijks of niet nodig, dus is er ook geen steil aflopende barriere door een heel hoge spanning tussen de kathode en anode. Hoe heter het metaal van de kathode is, des te meer elektronen er vrij komen. De blauwe band van energieniveaus ligt dan hoger en is breder. Zie figuur.



- f Bij een voldoende verhitte kathode komen er al spontaan veel elektronen uit de kathode los, ook als er nog helemaal geen spanning op de anode staat. De anodespanning is wel nodig om de vrijgekomen elektronen te versnellen naar het trefplaatje (de anode).



14.7 VERDIEPING

Opgave 78

- a Er zijn 600 lijnen per mm en het tralie is 30 mm breed, dus het aantal lijnen op het tralie is: $600 \times 30 = 1,8 \cdot 10^4$.
- b De tralieconstante is de afstand (in m) tussen twee lijnen. Er zijn 600 lijnen per mm dus is de afstand tussen twee lijnen: $d = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{600} = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.
- c Voor het 1^{ste} orde maximum is $n = 1$ in $\sin(\alpha_n) = \frac{n \cdot \lambda}{d}$ dus $\sin(\alpha_1) = \frac{\lambda}{d}$.
De hoek α_1 is te bepalen uit de afstand van het 1^{ste} orde maximum tot het middelpunt ($\frac{4,5}{2} = 2,25$ ruit) en de afstand van het tralie tot het scherm (9,0 ruit): $\tan(\alpha_1) = \frac{2,25}{9,0} = 0,25 \rightarrow \alpha_1 = \tan^{-1}(0,25) = 14^\circ$.
 $\lambda = d \cdot \sin(\alpha_1) = 1,67 \cdot 10^{-6} \times \sin(14) = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 400 \text{ nm}$

Opgave 79

- a De tralieformule luidt: $\sin(\alpha_n) = \frac{n \cdot \lambda}{d}$. Voor het 1^{ste} orde maximum geldt $n = 1$ zodat $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{d}$. De golflengte van blauw licht is kleiner dan de golflengte van rood licht, dus is hoek α kleiner voor blauw licht en zal het 1^{ste} orde maximum van blauw licht dicht bij het midden liggen.
- b Bij het 0^{de} orde maximum zijn de faseverschillen nul voor alle golflengten, doordat de afstanden allemaal gelijk zijn. (Of met behulp van de tralieformule: voor het 0^{de} orde maximum geldt dat $n = 0$ en dat betekent dat $\sin(\alpha) = 0$ dus is de hoek voor elke kleur licht 0°). Alle kleuren blijven samen en het licht blijft dus wit.

Opgave 80

- a De tralieconstante (de afstand tussen de spleten of zoals hier: de reflecterende staafjes) bepaalt welke kleur je onder een bepaalde hoek ziet.
- b Voor het 3^{de} orde maximum geldt $\sin(\alpha_3) = \frac{3 \cdot \lambda}{d}$. Dit maximum is niet meer te zien als $\alpha_3 = 90^\circ$. We kunnen de golflengte van dit licht uitrekenen: $\lambda = \frac{d}{3} \cdot \sin(90^\circ) = \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{3} \times 1 = 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 530 \text{ nm}$, dat is groen licht.
De golflengte van zichtbaar licht zit tussen de 380 en 780 nm. De golflengtes groter dan 530 nm zullen niet meer zichtbaar zijn, dus is het 3^{de} orde maximum niet compleet (geel en rood zullen ontbreken).
- c Bereken het 3^{de} orde maximum bij violet licht ($\lambda = 380 \text{ nm}$): $\sin(\alpha_3) = \frac{3 \cdot \lambda}{d} = \frac{3 \times 380 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 10^{-6}} = 0,0456 \rightarrow \alpha_3 = 2,6^\circ$ en bij rood licht ($\lambda = 780 \text{ nm}$): $\sin(\alpha_3) = \frac{3 \cdot \lambda}{d} = \frac{3 \times 780 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 10^{-6}} = 0,0936 \rightarrow \alpha_3 = 5,4^\circ$.
Doe dit ook voor het 4^{de} orde maximum: bij violet licht: $\sin(\alpha_4) = \frac{4 \cdot \lambda}{d} = \frac{4 \times 380 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 10^{-6}} = 0,0608 \rightarrow \alpha_4 = 3,5^\circ$ en bij rood licht: $\sin(\alpha_4) = \frac{4 \cdot \lambda}{d} = \frac{4 \times 780 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 10^{-6}} = 0,125 \rightarrow \alpha_4 = 7,2^\circ$.
Het 3^{de} orde spectrum zit tussen $2,6^\circ$ en $5,4^\circ$ en het 4^{de} orde spectrum tussen $3,5^\circ$ en $7,2^\circ$. De twee spectra overlappen elkaar dus gedeeltelijk.

Opgave 81

- a In figuur 101 zijn drie richtingen te zien waarbij de openingen op een rij liggen (verticaal en onder een hoek van $+30^\circ$ en -30° met de horizontaal). Zo'n rij fungeert als een aantal spleten naast elkaar en geeft dus twee 1^{ste} orde maxima (links en rechts van het midden). In totaal dus zes maxima.
- b Als de snelheid van de elektronen lager is, is de de Broglie-golflengte groter en liggen de maxima verder uit elkaar.
- c De verschillende lagen grafiet liggen achter elkaar, maar zijn iets gedraaid. Als je het patroon van figuur 102 draait krijg je twee cirkels.



Opgave 82

- a Elke pixel heeft in breedterichting een rode, een groene en een blauwe subpixel. Deze rij wordt drie keer onder elkaar geplaatst om een hele pixel te vormen. Totaal dus negen subpixels.
- b Het scherm is 95,3 cm bij 53,6 cm, dat is $0,51 \text{ m}^2$ en bestaat uit $1920 \times 1080 = 2,07 \cdot 10^6$ pixels, dus de oppervlakte van één pixel is $\frac{0,51}{2,07 \cdot 10^6} = 2,46 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$. Elke pixel bestaat uit 9 subpixels en donkere randen, die ongeveer 20% van de oppervlakte innemen. Dus is de oppervlakte van één subpixel $\frac{0,8 \times 2,46 \cdot 10^{-7}}{9} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$.
- c De oppervlakte van een groene quantumdot is ongeveer $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{2,5}{2}\right)^2 = 5 \text{ nm}^2 = 5 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$. Dan zijn er dus minstens $\frac{2,2 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-18}} = 4,4 \cdot 10^9$ dus meer dan 4 miljard groene quantumdots per subpixel nodig om het hele oppervlak van de subpixel af te schermen, als alle quantumdots netjes aan elkaar aansluiten. In werkelijkheid zullen het er dus wel minstens 5 miljard zijn.
- Dezelfde berekening voor een rode quantumdot levert $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 28 \text{ nm}^2 = 28 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$ en daarmee $\frac{2,2 \cdot 10^{-8}}{28 \cdot 10^{-18}} = 0,8 \cdot 10^9$ rode quantumdots per subpixel op. Dus zijn er wel minstens 1 miljard rode quantumdots per subpixel nodig.
- d Doordat de aangeslagen elektronen in de quantumdots eerst energie verliezen aan het kristalrooster, kunnen ze bij terugval alleen maar fotonen met minder energie uitzenden. Hierdoor kunnen de quantumdots in een subpixel niet meer de fotonen absorberen die door net zulke quantumdots zijn uitgezonden en zitten ze elkaar dus niet in de weg.

Opgave 83

Een rode quantumdot (diameter 6 nm) heeft een 2 × zo grote straal als een (licht)groene quantumdot (diameter 3 nm). Uit het *deeltje in een ééndimensionale energieput* model weten we dat de uitgezonden energie omgekeerd evenredig is met L^2 , dus is de uitgezonden golflengte dan evenredig met L^2 . Hier echter is de uitgezonden golflengte van de rode quantumdots niet 4 × zo groot maar slechts $\frac{630}{570} = 1,1 \times$ zo groot. Kennelijk is het *deeltje in een ééndimensionale energieput* niet goed toepasbaar voor deze quantumdots.

14.8 AFSLUITING

Opgave 84

Eigen antwoord

Opgave 85

- a De fotonenergie hangt af van de golflengte van de elektromagnetische straling (of de frequentie).
- b De kinetische energie van een materiedeeltje hangt af van de snelheid en de massa van het deeltje.
- c Bij het dubbelspleetexperiment met elektronen treedt interferentie op in de vorm van een waarschijnlijkheidsverdeling met maxima en minima in de waarschijnlijkheidsverdeling van waarneembare posities op een scherm.
- d Als bij een dubbelspleet de afstand tussen de spleten kleiner wordt, komen de maxima en minima verder uit elkaar te liggen op het scherm en wordt het aantal maxima en minima kleiner.
- e Twee voorbeelden waarin zich het deeltjeskarakter van elektronen manifesteert zijn 1) het afbuigen van een elektronenbundel in een elektrisch of een magnetisch veld, de trajecten van de deeltjes zijn zichtbaar als de bundel elektronen door blauw oplichtend waterstofgas gaat en 2) de ondeelbaarheid van de elementaire lading e .
- f Twee voorbeelden waarin zich het deeltjeskarakter van licht manifesteert zijn 1) het foto-elektrisch effect en 2) spectraallijnen bij emissie en absorptie van licht: bijvoorbeeld het 'aanslaan' van atomen na absorptie van fotonen met een bepaalde energie.
- g Bij botsingen blijven de totale energie en de totale impuls van de deeltjes behouden.



- h** De energie van fotonen bereken je met $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ en de impuls van fotonen bereken je met $p = \frac{h}{\lambda}$. Hierin is E_f de fotonenergie (in J), h de constante van Planck ($6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s), c de geluidssnelheid ($2,998 \cdot 10^8$ m/s), λ de golflengte (in m) en p de impuls (in kg·m/s).
- i** De de Broglie-golflengte van materiedeeltjes bereken je met $\lambda = \frac{h}{p}$ (met $p = m \cdot v$). Hierin is λ de de Broglie-golflengte (in m), h de constante van Planck, p de impuls (in kg·m/s), m de massa (in kg) en v de snelheid (in m/s).
- j** De golflengte van licht is veel groter dan de de Broglie-golflengte van de bundel elektronen in een elektronenmicroscop. Daardoor zijn details van voorwerpen in de orde grootte van de golflengte van het licht niet met een lichtmicroscop te zien en wel met een elektronenmicroscop. Als details in de buurt komen van de golflengte, krijg je last van buigings- of interferentieverschijnselen.
- k** Hoe groter de amplitude van een staande de Broglie-golf, hoe groter de kans om het deeltje op die plek te detecteren.
- l** De onbepaaldheid van plaats is de spreiding in de waarschijnlijkheidsverdeling voor de plaats x en de onbepaaldheid van impuls is de spreiding in de waarschijnlijkheidsverdeling van de impuls p in die richting.
- m** Het product van de onbepaaldheid van plaats en de onbepaaldheid van impuls van een deeltje is minimaal $\frac{h}{4\pi}$. Dit is de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg en luidt: $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$. Hierin is Δx de onbepaaldheid van plaats (in m), Δp de onbepaaldheid in impuls (in kg·m/s) van de elektronen en h de constante van Planck.
- n** De waarschijnlijkheidsverdeling voor de plaats x van een deeltje geeft aan hoe groot de kans is om het deeltje te detecteren binnen een klein gebiedje rondom x . Het is het percentage of de verhouding van het aantal keren dat het deeltje daar waargenomen wordt, gedeeld door het (zeer grote) totaal aantal waarnemingen. Hetzelfde geldt voor de kans dat een deeltje een bepaalde impuls of een bepaalde energie heeft.
- o** Bij de energie die een elektron binnen een atoom kan hebben, is de onbepaaldheid van plaats meestal groter dan de diameter van het atoom. Je kunt bij een elektron dat gebonden is aan een atoom dus niet spreken van de positie van het elektron op een bepaald moment, maar wel van een waarschijnlijkheidsverdeling die voorelk ruimtelijk gebiedje om een punt aangeeft hoe vaak daar een elektron gedetecteerd zou worden als er heel veel metingen gedaan zouden worden.
- p** Voor atomen waterstof kun je het quantummodel van Bohr gebruiken. Daarin kunnen elektronen alleen om de kern draaien in bepaalde banen met bijbehorende energieniveaus. Die banen zijn bepaald door de de Broglie-golflengte van het elektron, die een geheel aantal maal n (quantumgetal) op de omtrek van de baan past. Bij absorptie en emissie is de fotonenergie dan gelijk aan het verschil tussen de energieniveaus.
- q** De nulpuntsenergie is de energie die hoort bij de grondtoestand van het elektron in een atoom of een deeltje in een energieput. Bij het waterstofatoom geldt voor de grondtoestand dat de omtrek van de Bohrse baan precies gelijk is aan één de Broglie-golflengte. Dit is de laagste energie van het elektron.
- r** Als het elektron helemaal vrij is op grote afstand van de kern en zonder snelheid, is de energie 0 volgens de algemeen geldende afspraak. Omdat er energie moet worden toegevoerd om het gebonden elektron los te maken uit het atoom heeft dit tot gevolg dat de nulpuntsenergie van een gebonden elektron negatief is.
- s** In het eerste atoommodel van Bohr bevindt het elektron zich op een vaste afstand van de kern. In het nieuwere quantummodel is er alleen een waarschijnlijkheidsverdeling voor positie en afstand tot de kern, die ook wel elektronenwolk wordt genoemd.
- t** Bij buiging na een spleet zijn de plaats x en de impuls p in die x -richting twee grootheden die volgens de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg niet tegelijkertijd exact bepaald kunnen worden. Het product van beide onbepaaldheden is minimaal $\frac{h}{4\pi}$. In of net na de opening is de onbepaaldheid in de plaats Δx niet groter dan de breedte van de opening. Is in een situatie (met buiging) het product al $\frac{h}{4\pi}$, dan wordt bij het nauwer maken van de spleet de onbepaaldheid van de plaats Δx kleiner en dus wordt de onbepaaldheid van impuls Δp steeds groter waardoor er meer buiging optreedt.
- u** Als de energiebarrière hoger en/of breder is, is de kans op tunneling kleiner.
- v** Een proces waarbij tunneling optreedt is het alfaverval van een instabiele atoomkern.
- w** Hoe korter de put, des te kleiner is de maximale de Broglie-golflengte en des te groter zijn de impuls en de energie van het deeltje in de grondtoestand.
- x** Er zijn quantumverschijnselen te verwachten bij vrije elektronen in een metaal als de afmetingen van het metaal zeer klein zijn, in de orde van grootte van hooguit enkele honderden de Broglie-golflengtes van de elektronen.



Opgave 86

- a De frequentie van de straling bij oppervlak B is het hoogst dus deze fotonen bevatten de meeste energie, waarvan na het vrijmaken van een elektron dan meer kinetische energie over blijft. Dus bij oppervlak B verlaten de vrijgemaakte elektronen met grotere snelheid het oppervlak.
- b De frequentie van de opvallende straling is bij beide oppervlakken voldoende om elektronen los te maken en de intensiteit is voor beide oppervlakken gelijk. Maar doordat de frequentie van de straling bij oppervlak B groter is, heeft deze straling ook meer energie per foton. Dat betekent dat er op oppervlak B per seconde minder fotonen zullen vallen. Dus worden bij oppervlak A per seconde meer elektronen vrijgemaakt.
- c Bundel D zal per seconde meer elektronen vrijmaken uit het zink dan bundel C. De vrijgemaakte elektronen zullen dezelfde snelheid hebben.

Opgave 87

- a Er wordt 30 J uitgezonden in 2,5 ms, dus het vermogen van een puls is: $P = \frac{E}{t} = \frac{30}{0,0025} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ W} = 12 \text{ kW}$.
- b De energie van één foton is $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{1064 \cdot 10^{-9}} = 1,867 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Het aantal fotonen van een puls is dus $\frac{30}{1,867 \cdot 10^{-19}} = 1,6 \cdot 10^{20}$.
- c De impuls van één foton is $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{1064 \cdot 10^{-9}} = 6,227 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ dus is de totale impuls van een enkele puls infraroodstraling $1,6 \cdot 10^{20} \times 6,227 \cdot 10^{-28} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.
- d $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1,0 \cdot 10^{-7}}{0,0025} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

Opgave 88

- a De linkertekening is een plaatje dat de afpassing van de de Broglie-golflengte in de energieput weergeeft. Het plaatje heeft verder geen betekenis.
- b De waarschijnlijkheidsverdeling in de rechtertekening is het kwadraat van de staande de Broglie-golf in de linkertekening en geeft in elk punt van de ruimte de waarschijnlijkheid weer om het deeltje daar (in een bepaald klein gebiedje) aan te treffen. Door het kwadraat zijn de 'bulten' scherper en heeft deze functie geen negatieve waarden.
- c Het energieniveau van elke quantumtoestand is te berekenen met $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$. Daaruit volgt dat $E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$, $E_2 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot 4 = 4E_1$ en $E_3 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot 9 = 9E_1$. Opmeten van de lijnen geeft dat E_1 op 3,5 mm hoogte zit, E_2 op 13 mm en E_3 op 30 mm dus dat is inderdaad ongeveer juist aangegeven.
- d In figuur 106 zijn de waarschijnlijkheidsverdelingen 0 bij de wanden en lopen niet door in de wanden, dat geeft aan dat de wanden van de energieput van het model uit oneindig hoge energiebarrières bestaan.
- e De waarschijnlijkheidsverdelingen in de rechterput van figuur 107 zijn niet 0 bij de randen maar lopen door in de wanden en hebben daar nog een waarde ongelijk aan 0. Dat geeft aan dat het deeltje in de rechterput niet tussen oneindig hoge barrières is opgesloten.
- f De lengte L van de energieput is bij de rechterput gelijk aan die van de linkerput, maar de waarschijnlijkheidsverdeling loopt iets door in de wanden. De de Broglie-golflengtes zijn in de rechterput dus wat groter en dat betekent dat de energie van hetzelfde deeltje in dezelfde quantumtoestand kleiner is.
- g In de aangeslagen toestand is de energie van het deeltje groter en de hoogte tot de bovenkant van de put kleiner. In de aangeslagen toestand is de energiebarrière dus minder hoog. Daardoor bevindt een groter deel van de waarschijnlijkheidsverdeling voor het deeltje zich in de wand.
- h In de rechter energieput strekt de waarschijnlijkheidsverdeling zich wel uit tot in de wand, maar niet tot erbuiten. Er is dus geen sprake van tunneling.



Opgave 89

- a Aannemende dat bij gammastraling sprake is van terugval van een kerndeeltje van de eerste aangeslagen toestand naar de grondtoestand: $E_f = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \times (2^2 - 1^2) = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$. De massa van een proton of neutron is $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg dus $L = \sqrt{\frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot E_f}} = \sqrt{\frac{3 \times (6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times (1 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19})}} = 2 \cdot 10^{-14}$ m. De orde van grootte van een atoomkern in de grondtoestand is dus 10^{-14} m.
- b Naarmate de kern groter is kunnen de kerndeeltjes over een grotere afstand binnen de kern bewegen, dus is de lengte L van de energieput groter. Bij een grotere lengte van de energieput is de energie van elke quantumtoestand kleiner (want $E_f \propto \frac{1}{L^2}$) en dus is ook de afstand tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand kleiner.

Opgave 90

$E_f = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \times (2^2 - 1^2) = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} = \frac{3 \times (6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 1,675 \cdot 10^{-27} \times (10^{-14})^2} = 9,8 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 6 \text{ MeV}$. Volgens Binas tabel 19B is dat een gammafoton.

Opgave 91

- a Het violette licht maakt elektronen los uit de metalen coating tegen de achterkant van de fotocel. Doordat deze elektronen het metaal verlaten, wordt de metalen coating positief geladen.
- b De gemeten maximale spanning is 0,35 V dus is de maximale kinetische energie van de elektronen $E_k = q \cdot U = 1 \times 0,35 = 0,35 \text{ eV}$.
- c De fotonenergie van het violette licht is $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{405 \cdot 10^{-9}} = 4,905 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,06 \text{ eV}$.
 $E_u = E_f - E_k = 3,06 - 0,35 = 2,71 \text{ eV}$. We zoeken dus in Binas het metaal waarvan de uittree-energie 2,71 eV of minder is. Omdat rood of groen licht geen elektronen losmaakt, mag de uittree-energie niet onder de fotonenergie van rood of groen licht zitten. De fotonenergie van groen licht is hoger dan van rood licht en voor groen licht is $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot e} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,998 \cdot 10^8}{532 \cdot 10^{-9} \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 2,33 \text{ eV}$. De uittree-energie moet dus tussen 2,33 eV en 2,71 eV in zitten en dat is Ba met een uittree-energie van 2,52 eV. (Ook had gekund: Li met een uittree-energie van 2,46 eV.)
- d De elektronen die loskomen als de violette laserpen op de metalen coating schijnt, worden naar het metaalgaas 'gezogen', dus loopt 'de elektronenstroom' buitenom van het gaas naar de coating en is de coating verbonden met de minpool van de spanningsbron.
- e Bij de violette laserpen treedt het foto-elektrisch effect op dus is daar geen sprake van tunneling. De stroom neemt wel toe bij een hogere spanning maar dat komt doordat dan de anode sterker 'trekt' en meer elektronen het gaas bereiken.
 Bij de rode en groene laserpen kan het foto-elektrisch effect niet optreden, omdat de fotonen van deze twee laserpenen niet genoeg energie hebben. Als er toch een stroom gaat lopen, komt dat doordat de elektronen naar het metaalgaas tunnelen. Bij deze metingen is dus sprake van tunneling. Bij een hogere spanning van de bron is het tunnelstroompje iets groter doordat de schuin aflopende energiebarrière iets meer afloopt. En bij groen laserlicht is het tunnelstroompje iets groter dan bij rood licht doordat de geabsorbeerde fotonenergie van het groene licht de elektronen in de put iets meer 'optilt'.