



## Uitwerkingen opgaven leerboek

### 10.1 INTRODUCTIE

#### Opgave 1

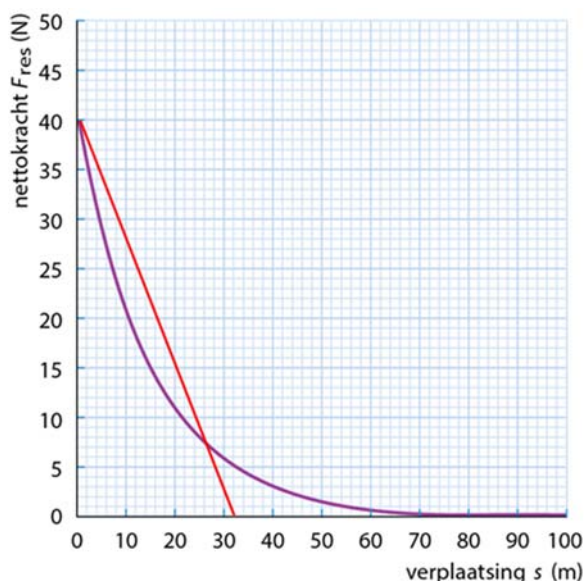
- a  $a_{t=0} = \frac{F}{m_{\text{tot}}} = \frac{0,092}{1,0 \cdot 10^3} = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$
- b De gemiddelde massa is  $m_{\text{gem}} = 1,0 \cdot 10^3 - \frac{65}{2} = 0,9675 \cdot 10^3 \text{ kg} = 0,97 \cdot 10^3 \text{ kg}$ .
- c  $a_{\text{gem}} = \frac{F}{m_{\text{gem}}} = \frac{0,092}{0,9675 \cdot 10^3} = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$  en 15 maanden = 1,25 jaar =  $1,25 \times 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = 3,94 \cdot 10^7 \text{ s} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = 9,5 \cdot 10^{-5} \times 3,94 \cdot 10^7 = 3,7 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

#### Opgave 2

- a  $F_z = m \cdot g = 0,55 \times 9,81 = 5,4 \text{ N}$
- b  $E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,8} = 5,94 = 5,9 \text{ m/s}$
- c  $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}} = \frac{1}{2} \times 5,94 = 2,97 \text{ m/s} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\text{gem}}} = \frac{1,8}{2,97} = 0,61 \text{ s}$
- d De valversnelling op de maan is 6 × zo klein en  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$  (zie b), dus is de snelheid waarmee de hamer het maanoppervlak bereikt  $\sqrt{6} = 2,5 \times$  zo klein ( $v = 2,4 \text{ m/s}$ ).
- e Als de eindsnelheid 2,5 × zo klein is, is de gemiddelde snelheid ook 2,5 × zo klein en  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\text{gem}}}$ . De valtijd is dan dus 2,5 × zo groot. ( $\Delta t = 1,5 \text{ s}$ ).

#### Opgave 3

- a Bij het optrekken neemt de snelheid van de fietser toe en daardoor neemt de luchtweerstand op de fietser ook toe en de nettokracht op de fietser dus af.
- b Op  $t = 0$  is er nog geen luchtweerstand dus dan is  $F_{\text{res}} = F_{\text{vw}} = 40 \text{ N}$ .
- c De arbeid is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek. Die is in redelijke benadering te bepalen met behulp van de getekende driehoek:  $W = \frac{1}{2} \times 40 \times 32 = 6,4 \cdot 10^2 \text{ J}$ .



- d Tijdens het optrekken neemt de bewegingsenergie toe door de arbeid van de nettokracht:  $W = \Delta E_k$  geeft  $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,4 \cdot 10^2}{75}} = 4,1 \text{ m/s}$ .



#### Opgave 4

- a  $E_{z,boven} = E_{k,beneden} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{20^2}{2 \times 9,81} = 20,4 = 20 \text{ m}$
- b  $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h = 5,0 \times 9,81 \times 20,4 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$
- c De luchtweerstand wordt verwaarloosd dus is de toename van de zwaarte-energie gelijk aan de afname van de kinetische energie:  $\Delta E_k = -1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

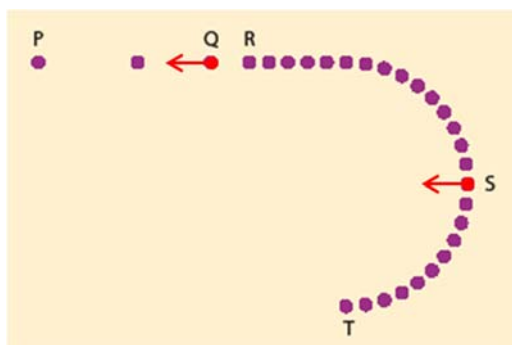
## 10.2 CIRKELBANEN

#### Opgave 5

- a Niet waar: De middelpuntzoekende kracht is altijd naar het middelpunt gericht, dus ook bij de draaimolen.
- b Waar
- c Waar
- d Waar
- e Niet waar: De snelheid waarmee een satelliet rond de aarde beweegt hangt af van de hoogte.
- f Niet waar: De gravitatiekracht op een voorwerp is hetzelfde als de zwaartekracht. Een synoniem dus.
- g Niet waar: De gravitatiekracht die een satelliet een cirkelbaan laat beschrijven is de middelpuntzoekende kracht.

#### Opgave 6

- a Tussen P en R neemt de afstand tussen de stippen af terwijl de tijd tussen twee stippen gelijk blijft, dus neemt de snelheid van het voorwerp af.
- b Tussen R en T blijft de grootte van de snelheid gelijk (de afstand tussen de stippen is constant) terwijl de richting verandert.
- c Zie figuur. In Q zorgt de kracht ervoor dat het voorwerp afremt, in S zorgt de kracht er voor dat de richting van de snelheid verandert.



#### Opgave 7

- a De (horizontale component van de) spankracht van het touw werkt hier als middelpuntzoekende kracht.
- b Als het touw breekt, beweegt de puck in een rechte lijn verder. De richting van de beweging is gelijk aan de richting van de raaklijn aan de cirkel op het punt van het wegvallen van de spankracht.
- c De (horizontale component van de) spankracht die de ijshockeypuck een cirkelbeweging laat beschrijven is de middelpuntzoekende kracht. Er werkt in horizontale richting dus maar één kracht op de puck. De middelpuntzoekende kracht (dus: de spankracht) zorgt ervoor dat de snelheid voortdurend van richting verandert. De snelheid is dus alleen constant in grootte en niet in richting.



### Opgave 8

- a De benodigde middelpuntzoekende kracht wordt groter als de draaisnelheid toeneemt (en als je op dezelfde afstand van de draai-as blijft zitten of liggen).
- b Uit ervaring weet je dat de benodigde middelpuntzoekende kracht kleiner wordt als je meer naar het midden van de draaimolen gaat zitten. Dit is nu nog niet te beredeneren, want enerzijds wordt bij dezelfde omwentelingssnelheid de snelheid meer naar het midden toe kleiner, maar anderzijds is meer naar het midden toe de straal van de bocht kleiner waardoor de benodigde middelpuntzoekende kracht juist groter wordt.
- c Op de draaischijf voel je de wrijvingskracht van de draaischijf tegen jou aanduwen richting het centrum van de draaischijf, net als wanneer iemand jou over de stilstaande draaischijf naar de rand zou duwen. Die duwkracht, die er niet is, denk je te voelen. Een schijnkracht dus.

### Opgave 9

- a Bij een satelliet die in een cirkelbaan rond de aarde beweegt werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
- b Als de gravitatiekracht wegvalt, zal de satelliet rechtdoor bewegen volgens de raaklijn aan de baan, dus van de aarde weg bewegen.

### Opgave 10

- a Als het ISS een iets te hoge snelheid zou hebben, zou de baan een ellips worden. De hoogte boven het aardoppervlak zou dan niet constant zijn (zie baan 4 in figuur 8).
- b Door de arbeid van deze (zeer kleine) luchtweerstand neemt de kinetische energie van de satelliet af. De snelheid wordt dan (een heel klein beetje) kleiner.
- c De hoogte van de satelliet neemt geleidelijk af, want als de snelheid kleiner is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht kleiner. De gravitatiekracht is dan groter dan de benodigde middelpuntzoekende kracht voor die baan, waardoor de satelliet naar de aarde toe beweegt.

### Opgave 11

- a De benodigde middelpuntzoekende kracht staat voortdurend loodrecht op de richting van de snelheid. Hierdoor kan de grootte van de snelheid niet veranderen, maar de richting wel.
- b De grootte van de middelpuntzoekende kracht zal afhangen van de massa en de snelheid van het voorwerp en de straal van de doorlopen cirkelbaan.
- c Als **de massa  $m$**  groter is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht  $F_{\text{mpz}}$  **groter**.  
 Als **de snelheid  $v$**  groter is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht  $F_{\text{mpz}}$  **groter**.  
 Als **de baanstraal  $r$**  groter is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht  $F_{\text{mpz}}$  **kleiner**.

### Opgave 12

- a Op de motorrijder werken de zwaartekracht, de normaalkracht en de horizontale schuifwrijvingskracht van de weg op de banden.
- b De resultante van de zwaartekracht, de normaalkracht en de horizontale schuifwrijvingskracht van de weg is de benodigde middelpuntzoekende kracht, die aangrijpt in het zwaartepunt van de motorfiets met berijder.
- c Als de benodigde middelpuntzoekende kracht niet groot genoeg is, vliegt de motorfiets uit de bocht.
- d De grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht hangt af van de massa van motor plus berijder, de snelheid, de straal van de bocht, hoe schuin hij ligt en de grootte van de wrijvingskracht. Of de nettokracht groot genoeg is, hangt dus af van de snelheid, de straal van de bocht, de 'schuinhanghoek', en de gladheid van het wegdek en de banden. (Bij 'Beheersen' zul je zien dat de massa dezelfde rol speelt in de benodigde middelpuntzoekende kracht als in de nettokracht.)

### Opgave 13

Eigen antwoord



#### Opgave 14

- a In de formule voor  $F_{\text{mpz}}$  staat de straal van de bocht in de noemer. Een flauwere bocht heeft een grotere straal, dus is bij dezelfde snelheid een kleinere middelpuntzoekende kracht nodig.
- b In de formule voor  $F_{\text{mpz}}$  staat de snelheid (in het kwadraat) in de teller. Dus is bij dezelfde straal en een grotere snelheid een grotere middelpuntzoekende kracht nodig.
- c Als de wrijvingskracht die werkt als middelpuntzoekende kracht te klein is, zal de auto uit de bocht 'glijden': de straal van de bocht wordt groter.

#### Opgave 15

- a De afstand van het ISS tot het middelpunt van de aarde is  $6371 + 408 = 6779$  km, dus  $r = 6779$  km.

Voor de baansnelheid geldt:  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \times 6779 \cdot 10^3}{7,66 \cdot 10^3} = 5561 \text{ s} = 1,54 \text{ uur}$ .

- b  $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{1,0 \times (7,66 \cdot 10^3)^2}{6779 \cdot 10^3} = 8,7 \text{ N}$
- c Bij een satelliet levert de gravitatiekracht de benodigde middelpuntzoekende kracht.

#### Opgave 16

- a  $r = 6371 + 23616 = 29987$  km en  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 29987 \cdot 10^3}{14,4 \times 3600} = 3,635 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{525 \times (3,644 \cdot 10^3)^2}{29987 \cdot 10^3} = 231 \text{ N}$$

- b De aantrekkende kracht van de aarde op de satelliet in zijn baan is de middelpuntzoekende kracht van vraag a. Die kracht is veel kleiner dan de aantrekkende kracht van de aarde op de satelliet aan het aardoppervlak, doordat de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde veel groter is.
- c  $\frac{F_{\text{mpz}}}{m} = \frac{231}{525} = 0,441 \text{ N/kg}$  (in plaats van  $9,81 \text{ N/kg}$  op aarde)

#### Opgave 17

- a De grootste middelpuntzoekende kracht hoort bij de grootste snelheid in combinatie met de kleinste straal, dat is situatie B.
- b De kleinste middelpuntzoekende kracht hoort bij de kleinste snelheid in combinatie met de grootste straal, dat is situatie A.
- c Een afname van de straal heeft minder invloed dan een toename van de snelheid, want de snelheid staat in het kwadraat in de formule voor de middelpuntzoekende kracht. Situatie A heeft de kleinste middelpuntzoekende kracht, daarna komt situatie E, gevolgd door D (dezelfde snelheid en afnemende straal). De andere drie situaties hebben een  $2 \times$  zo hoge snelheid, dan is voor eenzelfde middelpuntzoekende kracht een  $4 \times$  zo grote straal nodig als bij D (dus  $8 \text{ m}$ ), maar die situatie is er niet. De grootste straal heeft nu de kleinste middelpuntzoekende kracht, dus C komt voor F. De volgorde is A – E – D – C – F – B.

#### Opgave 18

- a Als de omlooptijd van de draaischijf  $2 \times$  zo groot wordt, wordt de baansnelheid  $2 \times$  zo klein. Dan wordt de benodigde middelpuntzoekende kracht  $4 \times$  zo klein.
- b Als je  $2 \times$  zo ver van het midden gaat zitten, wordt de straal  $2 \times$  zo groot. Als de straal  $2 \times$  zo groot wordt, wordt de snelheid ook  $2 \times$  zo groot. De middelpuntzoekende kracht is evenredig met de snelheid in het kwadraat en omgekeerd evenredig met de straal, dus wordt deze dan  $\frac{2^2}{2} = 2 \times$  zo groot.



### Opgave 19

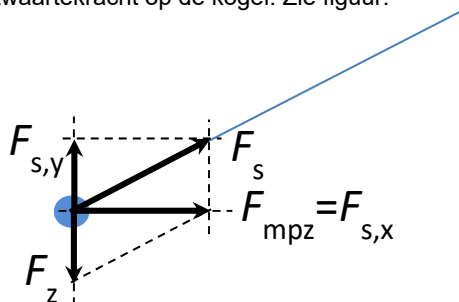
- a De maximale snelheid is in de buitenbocht groter. De maximale nettokracht (= de wrijvingskracht) is niet afhankelijk van de snelheid, en de benodigde middelpuntzoekende kracht is in de buitenbocht bij dezelfde snelheid kleiner doordat de straal (in de noemer) groter is. Dus mag de snelheid die in de teller van de breuk staat, groter zijn.
- b De maximale nettokracht is gelijk en dus is  $\frac{v_{\max}^2}{r}$  gelijk. De straal  $r$  is in de buitenbocht  $2 \times$  zo groot, dan mag  $v^2$  ook  $2 \times$  zo groot zijn. Dus  $v$  is  $\sqrt{2} \times$  zo groot.
- c De buitenbocht is  $2 \times$  zo lang maar de snelheid is 'slechts'  $\sqrt{2} \times$  zo groot. De binnenbocht is dus sneller.
- d  $F_{\text{mpz}} = F_w = F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \rightarrow v^2 = g \cdot r = 9,81 \times 12 = 118 \rightarrow v = 10,8 = 11 \text{ m/s}$

### Opgave 20

- a De zwaartekracht bij het maanoppervlak werkt als middelpuntzoekende kracht die nodig is voor een cirkelbeweging vlak boven het maanoppervlak, dus:
- $$F_z = F_{\text{mpz}} \rightarrow m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{g \cdot R_{\text{maan}}} = \sqrt{1,63 \times 1,738 \cdot 10^6} = 1,68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$
- b Op de maan is er geen lucht die de kogel van Newton kan afremmen, dus zou een baan vlak boven het maanoppervlak mogelijk zijn (als er geen bergen zijn).

### Opgave 21

- a De horizontale component van de spankracht wijst naar het middelpunt van de cirkelbaan van de kogel, dus levert die de benodigde middelpuntzoekende kracht. De verticale component van de spankracht maakt evenwicht met de zwaartekracht op de kogel. Zie figuur.



- b Als de baanstraal  $2 \times$  zo groot wordt, wordt de cirkelbaan (dus de afstand)  $2 \times$  zo groot. Alice blijft in hetzelfde tempo rondjes draaien, dus wordt de baansnelheid ook  $2 \times$  zo groot. De middelpuntzoekende kracht is evenredig met het kwadraat van de baansnelheid en omgekeerd evenredig met de straal, dus zal de benodigde middelpuntzoekende kracht  $2 \times$  zo groot worden.
- c De eenheid van een kracht is:  $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ . De eenheid van  $\frac{m \cdot v}{r}$  is:  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}}{\text{m}} = \text{kg/s}$ . De eenheden zijn niet gelijk.

### Opgave 22

- a In positie B staat alleen de normaalkracht van de baan op het autootje loodrecht op de cirkelbaan die het autootje beschrijft. Deze normaalkracht fungeert dus als middelpuntzoekende kracht.
- b In positie B zorgt de zwaartekracht ervoor dat de snelheid afneemt.
- c Als de snelheid hoger is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht hoger. In het hoogste punt wordt deze geleverd door de normaalkracht en de zwaartekracht. De zwaartekracht is constant, dus zal de normaalkracht groter zijn als de snelheid hoger is.
- d Bij de minimale snelheid is dus  $F_{\text{mpz}} = F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \rightarrow v = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,81 \times 0,40} = 2,0 \text{ m/s}$ .
- e Om een volledige looping te maken moet het autootje bovenin niet loskomen, dus moet de snelheid bovenin minimaal  $2,0 \text{ m/s}$  zijn. Gebruik een energievergelijking om de snelheid onderin te berekenen:
- $$E_{k,\text{onder}} = E_{k,\text{boven}} + E_{z,\text{boven}}. \text{ Dat geeft: } \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{onder}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{boven}}^2 + m \cdot g \cdot h$$
- met  $h = 2 \cdot r = 2 \times 0,40 = 0,80 \text{ m} \rightarrow v_{\text{onder}} = \sqrt{v_{\text{boven}}^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2,0^2 + 2 \times 9,81 \times 0,80} = 4,4 \text{ m/s}$ .

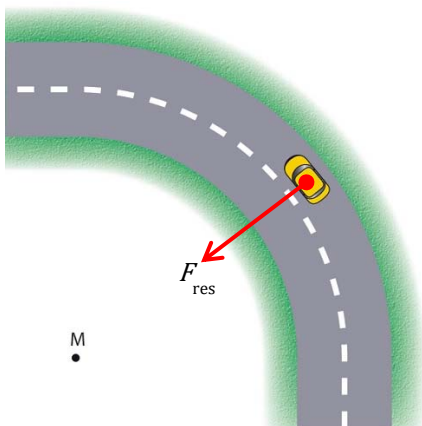


### Opgave 23

- a  $F_{\text{mpz}} = 9 \cdot F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = 9 \cdot m \cdot g \rightarrow \frac{v^2}{r} = 9 \cdot g$
- b  $r = 5,0 \text{ m}$  invullen:  $\frac{v^2}{5,0} = 9 \times 9,81 \rightarrow v = 21,0 \text{ m/s}$ . Voor de baansnelheid geldt:  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow$   
 $T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \times 5,0}{21,0} = 1,50 \text{ s}$ . Het maximale toerental is dus  $\frac{60}{1,50} = 40 \text{ omw/min}$ .

### Opgave 24

- a Zie figuur.



- b  $F_n = m \cdot g = 920 \times 9,81 = 9,0 \cdot 10^3 \text{ N} = 9,0 \text{ kN}$ . Aflezen uit figuur 24:  $F_{w \text{ max}} = 8,3 \text{ kN}$ .  
 $F_{w \text{ max}} = F_{\text{mpz}} \rightarrow F_{w \text{ max}} = \frac{m \cdot v_{\text{max}}^2}{r} \rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{F_{w \text{ max}} \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{8,3 \cdot 10^3 \times 22}{920}} = 14 \text{ m/s} = 51 \text{ km/h}$

## 10.3 GRAVITATIEKRACHT

### Opgave 25

- a Waar
- b Niet waar: De baansnelheid van planeten neemt af als de baanstraal toeneemt, en lijkt omgekeerd evenredig met de wortel uit de baanstraal.
- c Niet waar: De valversnelling aan het oppervlak van een planeet hangt af van de massa en de straal van de planeet.
- d Waar
- e Niet waar: Op de maan wordt je ook nog aangetrokken door de aarde, al is die kracht heel veel kleiner dan de zwaartekracht van de maan.
- f Waar

### Opgave 26

- a Naarmate planeten verder van de zon staan is de baansnelheid kleiner.
- b Zie de tabel van figuur 25:  $\frac{v_{\text{Mercurius}}}{v_{\text{Neptunus}}} = \frac{47,9}{5,43} = 8,8$  dus de snelheid van Neptunus is  $8,8 \times$  zo klein als de snelheid van Mercurius.
- c De baanstraal van Neptunus is:  $\frac{r_{\text{Neptunus}}}{r_{\text{Mercurius}}} = \frac{450}{5,79} = 78 \times$  zo klein als de baanstraal van Mercurius en  $\sqrt{78} = 8,8$  dus de baansnelheid is omgekeerd evenredig met de wortel van de baanstraal.
- d  $T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$  en de baanstraal van Neptunus is  $78 \times$  zo groot terwijl de baansnelheid  $8,8 \times$  zo klein is, dus zal de omlooptijd  $78 \times 8,8 = 6,9 \cdot 10^2 \times$  zo groot zijn.



### Opgave 27

- a De gravitatiekracht van de maan op de aarde is ook  $1,98 \cdot 10^{20}$  N want de gravitatiekrachten die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht. (derde wet van Newton)
- b De massa van de maan is veel kleiner dan de massa van de aarde, dus is de kracht die de aarde uitoefent per kg maan  $\left(\frac{1,98 \cdot 10^{20}}{m_{\text{maan}}}\right)$  veel groter dan de kracht die de maan uitoefent per kg aarde  $\left(\frac{1,98 \cdot 10^{20}}{m_{\text{aarde}}}\right)$ . De kracht waarmee de aarde aan een steen van 1,0 kg op de maan trekt is  $81 \times$  zo groot als de kracht waarmee de maan aan zo'n steen op de aarde trekt.
- c De kracht van een steen van 1,0 kg aarde op een steen van 1,0 kg maan is hetzelfde als de kracht van een steen van 1,0 kg maan op een steen van 1,0 kg aarde. Omdat de massa van de aarde veel groter is, is de kracht van al die aarde-kg-en bij elkaar op een steen van 1,0 kg op de maan veel groter dan de kracht van alle maan-kg-en bij elkaar op een steen van 1,0 kg van de aarde.

### Opgave 28

De gravitatiekracht van de zon werkt als middelpuntzoekende kracht van de cirkelbeweging. Het is één en dezelfde kracht. De naam gravitatiekracht geeft de oorzaak van de kracht aan en de naam middelpuntzoekend slaat op het gevolg: een versnelling naar het middelpunt. Er is dan ook geen sprake van twee krachten en er is dus geen resulterende kracht die nul zou kunnen zijn.

### Opgave 29

- a Als de massa van de maan  $2 \times$  zo groot zou zijn, zou de gravitatiekracht van de aarde op de maan ook  $2 \times$  zo groot zijn.
- b Zowel de gravitatiekracht als de benodigde middelpuntzoekende kracht worden  $2 \times$  zo groot, dus dan zal de maan nog steeds met dezelfde snelheid in dezelfde baan om de aarde rondcirkelen.
- c Als de massa van de aarde  $2 \times$  zo groot zou zijn, zou de gravitatiekracht op de maan ook  $2 \times$  zo groot.
- d Bij een grotere gravitatiekracht, die de middelpuntzoekende kracht is, zou de snelheid van de maan ook groter moeten zijn om in dezelfde baan te kunnen rondcirkelen (anders is de gravitatiekracht groter dan de benodigde middelpuntzoekende kracht en 'valt de maan naar beneden').

### Opgave 30

- a Als de massa van de planeet groter is (en de straal gelijk) is de zwaartekracht groter.
- b Als de straal van de planeet groter is (en de massa gelijk) is de zwaartekracht kleiner.
- c De valversnelling (of de zwaartekracht per kg) is evenredig met de massa en de massa is evenredig met het volume, wat weer evenredig is met de straal tot de macht 3:  $R^3$ . En de zwaartekracht per kg is omgekeerd evenredig met de afstand tot het middelpunt in het kwadraat:  $R^2$ . Dus is de zwaartekracht per kg evenredig met  $R$ . Een kleinere planeet heeft dus een kleinere zwaartekracht per kg (als de dichtheid van de planeet ongeveer gelijk is). Volgens Binas is de straal van Mercurius  $\frac{6,371}{2,440} = 2,611 \times$  zo klein als de straal van de aarde en  $\frac{9,81}{2,611} = 3,76 \text{ m/s}^2$ , dat komt ongeveer overeen met de in de opgave gegeven valversnelling op Mercurius ( $3,78 \text{ m/s}^2$ ).

### Opgave 31

- a Valbewegingen op aarde kunnen goed verklaard worden met de zwaartekracht.
- b De cirkelbewegingen van hemellichamen kunnen goed verklaard worden met de gravitatiekracht.



### Opgave 32

a Neptunus:  $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{Neptunus}}^2}{r_{\text{Neptunus}}} = \frac{1,0 \times v_{\text{Neptunus}}^2}{r_{\text{Neptunus}}} = \frac{v_{\text{Neptunus}}^2}{r_{\text{Neptunus}}}$

Mercurius:  $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v_{\text{Mercurius}}^2}{r_{\text{Mercurius}}} = \frac{1,0 \times (8,8 \cdot v_{\text{Neptunus}})^2}{(r_{\text{Neptunus}}/78)} = 6,0 \cdot 10^3 \times \frac{v_{\text{Neptunus}}^2}{r_{\text{Neptunus}}}$

Op een steen van 1,0 kg van Mercurius zal de middelpuntzoekende kracht dus  $6000 \times$  zo groot zijn.

- b De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de gravitatiekracht, dus is de gravitatiekracht op een steen van 1,0 kg van Mercurius ook  $6000 \times$  zo groot.
- c De afstand tot de zon (de baanstraal) van Mercurius is  $78 \times$  zo klein en de gravitatiekracht is  $6,0 \cdot 10^3 = 78^2 \times$  zo groot. De gravitatiekracht is dus omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand.

### Opgave 33

- a De gravitatiekracht van de zon op een planeet hangt af van beide massa's en de baanstraal van de planeet.
- b Als de massa van de planeet (of van de zon) groter is, dan is de gravitatiekracht van de zon op die planeet groter. En als de baanstraal van een planeet groter is, is de gravitatiekracht  $F_g$  van de zon op die planeet **kleiner**.
- c Uit opgave 32 blijkt dat de gravitatiekracht omgekeerd kwadratisch evenredig is met de onderlinge afstand. We weten al dat de gravitatiekracht evenredig is met beide massa's, dus  $F_g = \text{constante} \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ .

### Opgave 34

Eigen antwoord

### Opgave 35

Op zeeniveau is  $g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2} = 9,820 \text{ m/s}^2$ .

Op de top van de Mount Everest is de afstand  $6371 + 8 = 6379 \text{ km} \rightarrow$

$g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{(6,379 \cdot 10^6)^2} = 9,795 \text{ m/s}^2$ . Dat verschil merk je niet.

### Opgave 36

a Voor de baansnelheid geldt:  $v = \frac{2\pi \cdot r_{\text{aarde-zon}}}{T_{\text{aarde}}} = \frac{2\pi \times 1,496 \cdot 10^{11}}{365,256 \times 24 \times 3600} = 2,979 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ .

$F_{\text{mpz}} = \frac{m_{\text{aarde}} \cdot v_{\text{aarde}}^2}{r_{\text{aarde-zon}}} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \times (2,98 \cdot 10^4)^2}{1,496 \cdot 10^{11}} = 3,542 \cdot 10^{22} \text{ N}$

b  $F_g = G \cdot \frac{m_{\text{aarde}} \cdot M_{\text{zon}}}{r_{\text{aarde-zon}}^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24} \times 1,9884 \cdot 10^{30}}{(1,496 \cdot 10^{11})^2} = 3,541 \cdot 10^{22} \text{ N}$ . Dat klopt dus.

### Opgave 37

a  $F_{g,\text{aarde-maan}} = G \cdot \frac{m_{\text{maan}} \cdot M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde-maan}}^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{7,35 \cdot 10^{22} \times 5,97 \cdot 10^{24}}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$

b De benodigde middelpuntzoekende kracht is:  $F_{\text{mpz}} = \frac{m_{\text{maan}} \cdot v_{\text{maan}}^2}{r_{\text{maan-aarde}}} = \frac{7,35 \cdot 10^{22} \times (1,02 \cdot 10^3)^2}{3,84 \cdot 10^8} = 1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$ .

c De gravitatiekracht is een wisselwerking dus de gravitatiekracht van de maan op de aarde is ook  $1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$ .

d De massa van de zon is  $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  en de afstand van de zon tot de maan is (vrijwel) gelijk aan de baanstraal van de aarde:  $1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$  dus  $F_{g,\text{zon-maan}} = G \cdot \frac{m_{\text{maan}} \cdot M_{\text{zon}}}{r_{\text{zon-maan}}^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{7,35 \cdot 10^{22} \times 1,99 \cdot 10^{30}}{(1,50 \cdot 10^{11})^2} = 4,34 \cdot 10^{20} \text{ N}$ , dus ongeveer  $2 \times$  zo groot.



### Opgave 38

- a Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt:  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . Als de afstand 5 × zo groot is, zal de baansnelheid  $\sqrt{5} = 2,2 \times$  zo klein zijn.
- b  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$ , de afstand is 5 × zo groot en de baansnelheid  $\sqrt{5} \times$  zo klein, dus is de omlooptijd  $5 \times \sqrt{5} = 11,2$  zo groot, dus 11,2 jaar. Binas:  $T_{\text{Jupiter}} = 11,86$  jaar.

### Opgave 39

- a Uit de omlooptijd  $T$  en de afstand  $r$  van de aarde tot de zon is de omloopsnelheid te berekenen met  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ . Vervolgens kun je met  $F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$  de massa van de zon berekenen.
- b Je kunt op dezelfde manier ook de afstand van de zon tot een andere planeet en de omlooptijd van die planeet gebruiken om de massa van de zon te berekenen.
- c Voor het bepalen van de massa  $m$  van de aarde kun je de omlooptijd en afstand van de maan tot de aarde 'gebruiken' en vervolgens eenzelfde berekening als bij vraag a doen.
- d Je kunt op die manier van alle planeten die een maan (of meerdere manen) hebben de massa bepalen. Van planeten die geen maan hebben, kun je de massa niet op deze manier bepalen.

### Opgave 40

- a Oriëntatie:  
Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt:  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . In de af te leiden formule ontbreekt de snelheid  $v$ .  
Door de formule voor de snelheid  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$  in te vullen in de andere formule kun je de snelheid uit de formule halen.  
Uitwerking:  
$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$
- b Mars:  $r = 0,228 \cdot 10^{12} \text{ m}$  en  $T = 687,0 \text{ dag} = 687,0 \times 24 \times 3600 = 5,936 \cdot 10^7 \text{ s} \rightarrow$   
$$M_{\text{zon}} = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \times (0,228 \cdot 10^{12})^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \times (5,936 \cdot 10^7)^2} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg. Binas: } M_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$
- c  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \text{constant}$  dus is  $T^2$  evenredig met  $r^3$  en dan is  $T$  evenredig met  $r^{1,5}$ .
- d Gebruik de derde wet van Kepler bij de beweging van de maan om de aarde:  
 $r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$  en  $T = 27,32 \text{ dag} = 27,32 \times 24 \times 3600 = 2,360 \cdot 10^6 \text{ s} \rightarrow$   
$$M_{\text{aarde}} = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \times (384,4 \cdot 10^6)^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \times (2,360 \cdot 10^6)^2} = 6,03 \cdot 10^{24} \text{ kg (Binas: } M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg)}.$$

### Opgave 41

- a De astronauten bewegen, net als het ISS, in een baan rond de aarde. Voor die baan is een middelpuntzoekende kracht nodig en dat is hier de gravitatiekracht van de aarde. Die kracht werkt dus ook op de astronauten.
- b Ja, de astronaut heeft dezelfde snelheid als het ISS en dat is de juiste snelheid voor een cirkelbaan rond de aarde op die hoogte.
- c Er is geen luchtweerstand die de astronaut afremt, dus zal de astronaut zonder moeite met het ISS blijven meebewegen.
- d Als de astronaut van het ISS afzweeft (bijvoorbeeld als hij zich per ongeluk afzet tegen het ISS), zal hij steeds verder van het ISS af bewegen doordat hij niet wordt afgeremd. Zonder levenslijn kan hij dan alleen terugkomen bij het ISS door iets weg te gooien in tegenovergestelde richting.
- e Jouw gewicht wordt bepaald door de kracht die je uitoefent op een ondersteunend vlak. Maar die is hier nul, er is geen normaalkracht van een vloer op de astronaut. Alles is de hele tijd in vrije val.



### Opgave 42

- a De massa van de maan is  $\frac{5,972}{0,0735} = 81,3 \times$  zo klein en de straal is  $\frac{6,371}{1,738} = 3,67 \times$  zo klein.
- $$F_z = F_g \rightarrow g = G \cdot \frac{M}{R^2}, \text{ dus zal de valversnelling op de maan } \frac{81,3}{3,67^2} = 6,05 \times \text{ zo klein zijn als op de aarde.}$$
- b Voor de maan is  $g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{0,0735 \cdot 10^{24}}{(1,738 \cdot 10^6)^2} = 1,62 \text{ m/s}^2$  (en  $\frac{9,81}{6,05} = 1,62$  dus dat klopt).

### Opgave 43

Voor alle manen geldt:  $F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow M_{\text{Jupiter}} = \frac{v^2 \cdot r}{G}$ .

$$\text{Io: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 4,22 \cdot 10^8}{1,53 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^4 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{Jupiter}} = \frac{(1,73 \cdot 10^4)^2 \times 4,22 \cdot 10^8}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{Europa: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 6,71 \cdot 10^8}{3,07 \cdot 10^5} = 1,37 \cdot 10^4 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{Jupiter}} = \frac{(1,37 \cdot 10^4)^2 \times 6,71 \cdot 10^8}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{Ganymedes: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 10,7 \cdot 10^8}{6,20 \cdot 10^5} = 1,08 \cdot 10^4 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{Jupiter}} = \frac{(1,08 \cdot 10^4)^2 \times 10,7 \cdot 10^8}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{Callisto: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 18,8 \cdot 10^8}{14,4 \cdot 10^5} = 8,20 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{Jupiter}} = \frac{(8,20 \cdot 10^3)^2 \times 18,8 \cdot 10^8}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg.}$$

De gemiddelde waarde van de massa van Jupiter is  $M = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ . Binas:  $M_{\text{Jupiter}} = 1900 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

### Opgave 44

De straal van de aarde is  $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ , dus  $r = 6,371 \cdot 10^6 + 23,616 \cdot 10^6 = 29,987 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

$$\text{Voor de satellieten geldt dat } F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24}}{29,987 \cdot 10^6}} = 3,646 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \times 29,987 \cdot 10^6}{3,646 \cdot 10^3} = 5,168 \cdot 10^4 \text{ s} = 861,3 \text{ min} = 14,36 \text{ uur}$$

### Opgave 45

- a Binas: De exacte rotatieperiode van de aarde is:  $T = 0,9973 \text{ d} = 23,935 \text{ h} = 8,617 \cdot 10^4 \text{ s}$ .

- b Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt:  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . Door hierin in te vullen dat  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$  is af te leiden dat  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$  (derde wet van Kepler, zie ook opgave 40), waarbij  $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  en  $M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

$$\text{Omschrijven van de formule en invullen geeft } r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24} \times (8,617 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}} = 4,216 \cdot 10^7 \text{ m.}$$

De geostationaire baan ligt recht boven de evenaar. De straal van de aarde is bij de evenaar:  $r_{\text{aarde}} = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ , dus de hoogte van de geostationaire baan boven het aardoppervlak is  $4,216 \cdot 10^7 - 6,378 \cdot 10^6 = 3,579 \cdot 10^7 \text{ m}$ .

$$\text{c } v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24}}{4,216 \cdot 10^7}} = 3,075 \cdot 10^3 \text{ m/s of } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 4,216 \cdot 10^7}{8,617 \cdot 10^4} = 3,075 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

## 10.4 GRAVITATIE-ENERGIE

### Opgave 46

- a Waar  
b Waar  
c Niet waar: Het nulpunt van de gravitatie-energie is in de natuurkunde gekozen 'in het oneindige'.  
d Waar  
e Waar  
f Waar  
g Waar  
h Waar



### Opgave 47

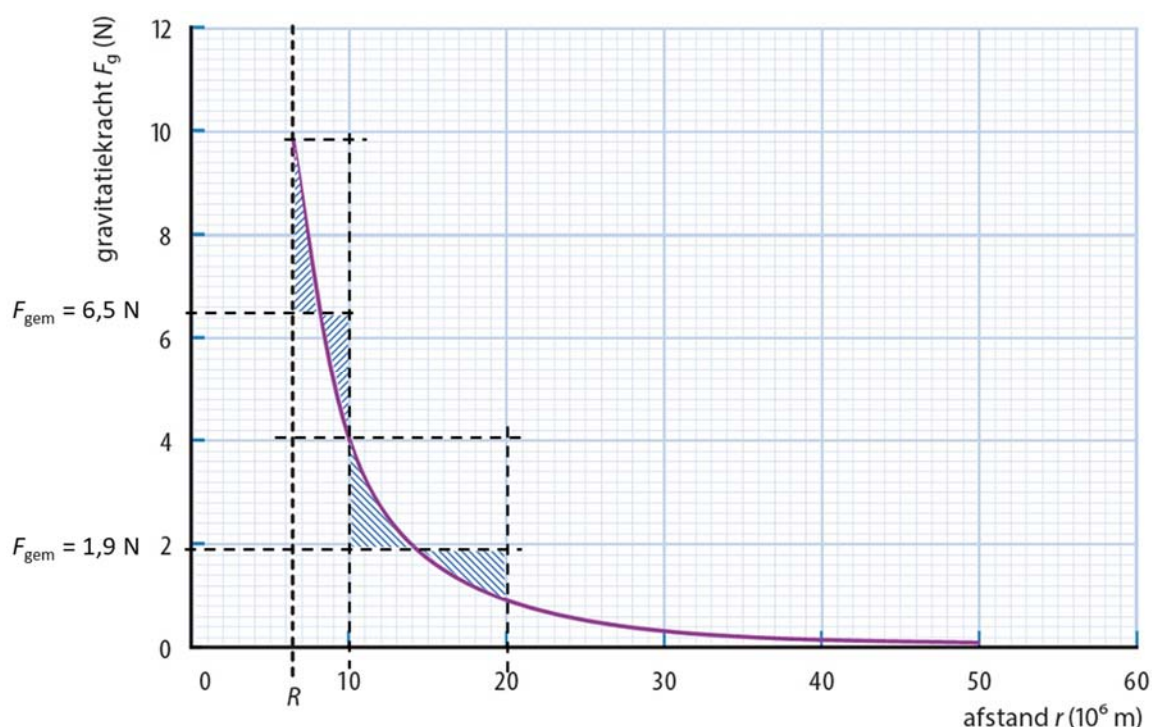
- a De gravitatie-energie van de komeet is ver van de zon af het grootst.
- b De totale energie is constant dus is de kinetische energie het grootst als de gravitatie-energie het kleinst is, dat is dicht bij de zon. Daar is de snelheid dus het grootst.

### Opgave 48

- a In de buurt van het aardoppervlak is de gravitatiekracht nagenoeg constant. De toename van de gravitatie-energie is gelijk aan de tegen de gravitatiekracht verrichte arbeid ( $W = \Delta E_g = F_g \cdot \Delta h$ ), dus neemt de gravitatie-energie gelijkmatig toe met de hoogte.
- b Als het voorwerp verder van de aarde komt, is de gravitatiekracht niet meer constant maar neemt af met de hoogte. De arbeid tegen de gravitatiekracht is dan ook niet meer evenredig met de hoogte en dus neemt de gravitatie-energie niet meer gelijkmatig toe met de hoogte.
- c Dichtbij de aarde is de gravitatiekracht nog erg groot en neemt de gravitatie-energie steil toe met de hoogte. Hoe groter de afstand van het voorwerp tot het middelpunt van de aarde, hoe kleiner de gravitatiekracht. De arbeid die verricht wordt tegen de gravitatiekracht bij een meter stijgen is dan steeds kleiner, er komt dus steeds minder gravitatie-energie bij als een voorwerp zich verder van het middelpunt van de aarde bevindt.

### Opgave 49

- a Aflezen: op  $r = 10 \cdot 10^6$  m is  $F_g = 4,0$  N.
- b De arbeid is de oppervlakte onder de grafiek tussen  $R_{\text{aarde}} = 6,4 \cdot 10^6$  m en  $r = 10 \cdot 10^6$  m. De gemiddelde gravitatiekracht is ongeveer 6,5 N, dus  $W = F_{g,\text{gem}} \cdot \Delta r = 6,5 \times (10 - 6,4) \cdot 10^6 = 2,3 \cdot 10^7$  J.



- c Tussen  $r = 10 \cdot 10^6$  m en  $r = 20 \cdot 10^6$  m is de gemiddelde gravitatiekracht ongeveer 1,9 N, dus  $W = 1,9 \times (20 - 10) \cdot 10^6 = 1,9 \cdot 10^7$  J.
- d De gravitatie-energie op het aardoppervlak is dus  $E_g = -3 \times 2 \cdot 10^7 = -6 \cdot 10^7$  J.
- e Aflezen in figuur 40 bij  $r = 6,4 \cdot 10^6$  m:  $E_g = -6 \cdot 10^7$  J.



### Opgave 50

- a Aflezen in figuur 40: bij  $r = 10 \cdot 10^6$  m is  $E_g = -4 \cdot 10^7$  J en bij  $r = 40 \cdot 10^6$  m is  $E_g = -1 \cdot 10^7$  J, de afstand  $r$  wordt  $4 \times$  zo groot en de gravitatie-energie  $E_g$  wordt  $4 \times$  zo klein, dus is de gravitatie-energie omgekeerd evenredig met de afstand  $r$ .
- b Op het aardoppervlak is de gravitatie-energie  $-6 \cdot 10^7$  J en in de geostationaire baan ( $42 \cdot 10^6$  km) is de gravitatie-energie  $-1 \cdot 10^7$  J, dus de toename voor een satelliet van 525 kg is  $525 \times (-1 \cdot 10^7 - (-6 \cdot 10^7)) = 2,6 \cdot 10^{10}$  J.

### Opgave 51

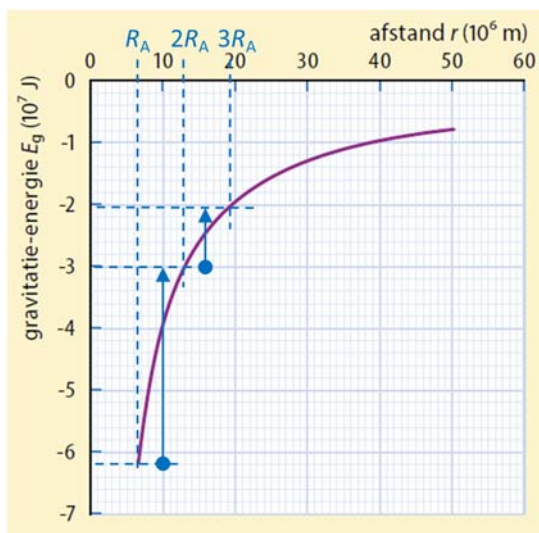
Eigen antwoord

### Opgave 52

- a In de formule voor  $E_g$  staat  $r$  in de noemer, waardoor de gravitatie-energie steeds kleiner wordt naarmate de afstand  $r$  groter wordt.
- b  $[G] = \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \rightarrow [E_g] = \left[ -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \right] = \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{kg}}{\text{m}} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$
- c  $r$  is de afstand tussen de middelpunten van de twee massa's. De kleinste  $r$  in figuur 40 is gelijk aan de straal van de aarde. Bij een nog kleinere  $r$  zou de 'tweede massa' zich onder het aardoppervlak bevinden.

### Opgave 53

- a De gravitatie-energie is negatief en de grootte is omgekeerd evenredig met  $r$ . Dus wordt de gravitatie-energie een steeds kleiner negatief getal, dat is een toename. De negatieve waarde van de gravitatie-energie wordt  $2 \times$  zo klein, dus neemt de gravitatie-energie toe.
- b Als de satelliet van  $r = 2R_A$  naar  $r = 3R_A$  wordt gebracht, wordt  $r$   $1,5 \times$  zo groot, waardoor de negatieve waarde van de gravitatie-energie  $1,5 \times$  zo klein wordt. Dus neemt de gravitatie-energie toe met een bedrag dat maar  $\frac{1}{3}$  is van de toename van  $r = R_A$  naar  $r = 2R_A$ . Zie figuur.



### Opgave 54

- a Aan het aardoppervlak is  $E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,0 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -6,3 \cdot 10^7$  J.

Op  $r = 40 \cdot 10^6$  m is  $E_g = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,0 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{40 \cdot 10^6} = -1,0 \cdot 10^7$  J

Uit figuur 40:  $E_g = -6,2 \cdot 10^7$  J en  $E_g = -1,0 \cdot 10^7$  J, dus dit is goed in overeenstemming met elkaar.

- b De benodigde energie is  $\Delta E_g = (-1,0 \cdot 10^7 - (-6,3 \cdot 10^7)) \times 2,4 \cdot 10^2 = 1,3 \cdot 10^{10}$  J.



### Opgave 55

- a De straal van de aarde bij de evenaar is  $R_{\text{evenaar}} = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

$$E_{g,\text{evenaar}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R_{\text{evenaar}}} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{100 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,378 \cdot 10^6} = -6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$r = R_{\text{aarde}} + 35,786 \cdot 10^6 = 6,378 \cdot 10^6 + 35,786 \cdot 10^6 = 42,164 \cdot 10^6 \text{ m} \rightarrow$$

$$E_{g,\text{geos baan}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{100 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{42,164 \cdot 10^6} = -9,45 \cdot 10^8 \text{ J}$$

- b Dus de arbeid die nodig is om de satelliet 'op te tillen' naar de geostationaire baan is  $\Delta E_g = -9,45 \cdot 10^8 - (-62,5 \cdot 10^8) = 53,0 \cdot 10^8 \text{ J}$ .

- c Voor de geostationaire baan geldt:  $F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ , dus de kinetische energie is:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{G \cdot M}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{2r} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{100 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{2 \times 42,164 \cdot 10^6} = 4,73 \cdot 10^8 \text{ J}$$

- d Op de aarde beweegt de raket met de aarde mee naar het oosten.

- e Voor de lancering is de snelheid van de raket gelijk aan de baansnelheid van een punt op de evenaar:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \times 6,378 \cdot 10^6}{0,9973 \times 24 \times 3600} = 4,651 \cdot 10^2 \text{ m/s. De kinetische energie is dan:}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (4,651 \cdot 10^2)^2 = 1,08 \cdot 10^7 \text{ J}$$

- f De minimale arbeid die nodig is om de satelliet in de geostationaire baan te brengen is:

$$\Delta E_g + \Delta E_k = 53,0 \cdot 10^8 + (4,73 \cdot 10^8 - 0,108 \cdot 10^8) = 5,76 \cdot 10^9 \text{ J}$$

- g Bij de lancering wordt de satelliet met een raket omhoog geschoten. Die raket moet ook omhoog en versneld worden. Doordat die raket met brandstof vele malen zwaarder is dan de satelliet, kost dat ook heel veel meer energie dan alleen het 'bedrag' van vraag f. Bovendien komt bij de verbranding van de brandstof heel veel warmte vrij die niet 'gebruikt' wordt voor de voortstuwing.

### Opgave 56

- a Voor de baan geldt:  $F_{\text{mpz}} = F_g \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$  met

$$r_{\text{baan}} = R_{\text{aarde}} + 408 \cdot 10^3 = (6,371 + 0,408) \cdot 10^6 = 6,779 \cdot 10^6 \text{ m volgt er}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_{\text{baan}}}} = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,779 \cdot 10^6}} = 7,668 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

$$\text{De kinetische energie is } E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 4,17 \cdot 10^5 \times (7,668 \cdot 10^3)^2 = 1,23 \cdot 10^{13} \text{ J.}$$

- b Als het ISS nog op het aardoppervlak staat, draait deze met de aarde mee:  $v = \frac{2\pi \cdot R_{\text{aarde}}}{T} = \frac{2\pi \times 6,371 \cdot 10^6}{24 \times 3600} = 463 \text{ m/s} \rightarrow$   
 $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 4,17 \cdot 10^5 \times 463^2 = 4,48 \cdot 10^{10} \text{ J} = 0,00448 \cdot 10^{13} \text{ J}$ . Dat is verwaarloosbaar klein vergeleken met de kinetische energie in de baan.

- c  $E_{g,\text{baan}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r_{\text{baan}}} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{4,17 \cdot 10^5 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,779 \cdot 10^6} = -2,45 \cdot 10^{13} \text{ J}$

- d  $E_{g,\text{aarde}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R_{\text{aarde}}} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{4,17 \cdot 10^5 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -2,61 \cdot 10^{13} \text{ J}$ . De totale toename van de energie is dus:  $E_{g,\text{baan}} - E_{g,\text{baan}} + E_k = -2,45 \cdot 10^{13} - (-2,61 \cdot 10^{13}) + 1,23 \cdot 10^{13} = 1,39 \cdot 10^{13} \text{ J}$ .

- e Bij de lancering wordt het ISS met een raket omhoog geschoten. Die raket moet ook omhoog en versneld worden. Doordat die raket met brandstof vele malen zwaarder is dan de satelliet, kost dat ook heel veel meer energie dan alleen het 'bedrag' van vraag d. Bovendien is bij deze berekening nog geen rekening gehouden met de wrijvingskrachten die er in de dampkring van de aarde zijn en de warmte die ontstaat bij de verbranding van de gassen.



### Opgave 57

a  $[G] = \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  en  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow$

$$[v_0] = \left[ \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}} \right] = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{kg}}{\text{m}}} = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \text{m/s}$$

b De gravitatie-energie is evenredig met de massa  $m$  en de kinetische energie is ook evenredig met de massa  $m$ , dus zal de ontsnappingssnelheid  $v_0$  niet afhangen van de grootte van de massa  $m$  van het voorwerp. Deze massa komt dan ook niet voor in de genoemde formule voor de ontsnappingssnelheid.

c Mars:  $v_0 = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,674 \cdot 10^{-11} \times 0,642 \cdot 10^{24}}{3,390 \cdot 10^6}} = 5,03 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

### Opgave 58

a Het volume van een bol is te berekenen met  $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ , dus als de straal  $r$  2 × zo groot is, zal het volume  $V$   $2^3 = 8 \times$  zo groot zijn. De massa bereken je met  $m = \rho \cdot V$  dus als de dichtheid  $\rho$  hetzelfde is en het volume  $V$  8 × zo groot, dan is de massa  $m$  ook 8 × zo groot.

b  $E_{k,\text{oppervlak}} + E_{g,\text{oppervlak}} = 0 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$  dus als de straal  $R$  2 × zo groot is en de massa  $M$  8 × zo groot, dan is de ontsnappingssnelheid  $v_0 \sqrt{\frac{8}{2}} = 2 \times$  zo groot.

### Opgave 59

a  $E_{k,\text{oppervlak}} + E_{g,\text{oppervlak}} = 0 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$ . Als de massa  $M$  81 × zo klein is en de straal  $R$  3,7 × zo klein, dan is de ontsnappingssnelheid  $v_0 \sqrt{\frac{1/81}{1/3,7}} = \sqrt{\frac{3,7}{81}} = 0,21 \times$  zo groot, dat is ongeveer 5 × zo klein.

b De ontsnappingssnelheid  $v_0$  is 5 × zo klein, dus is de kinetische energie die een projectiel bij wegschieten moet hebben 25 × zo klein, want  $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ . Er is dus niet 5 × maar 25 × zo weinig energie nodig om iets vanaf de maan weg te schieten.

### Opgave 60

a  $E_{k,\text{oppervlak}} + E_{g,\text{oppervlak}} = 0 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,674 \cdot 10^{-11} \times 1,5 \times 1,9884 \cdot 10^{30}}{11 \cdot 10^3}} = 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

b Dat is  $\frac{1,9 \cdot 10^8}{3,00 \cdot 10^8} \times 100\% = 63\%$  van de lichtsnelheid.

### Opgave 61

a De maan bevindt zich niet buiten de invloed van het gravitatieveld van de aarde, dus zal de gravitatie-energie ten opzichte de aarde, bij de maan niet 0 zijn en dus mag de snelheid van het ruimteschip op 300 km lager zijn dan de ontsnappingssnelheid om toch de maan te kunnen bereiken.

b Als het schip het punt heeft bereikt waar de gravitatiekrachten van de aarde en de maan op het ruimteschip even groot zijn, zal vanaf dat punt de gravitatiekracht van de maan groter zijn dan de gravitatiekracht van de aarde, waardoor de nettokracht groter dan nul is en het ruimteschip de rest van de reis zal versnellen in plaats van vertragen.

c De massa van de aarde is 81 × zo groot als de massa van de maan, dus is de gravitatiekracht van de aarde op het ruimteschip 81 × zo groot als het ruimteschip zich precies tussen de maan en de aarde bevindt, daarmee valt punt E af. Bij de punten B t/m D is de afstand tot de aarde kleiner dan de afstand tot de maan dus is de gravitatiekracht van de aarde nog groter dan de gravitatiekracht van de maan.

d Als in punt F de afstand tot de aarde 3 × zo groot is als de afstand tot de maan, terwijl de massa van de aarde 81 × zo groot is, dan zal de gravitatiekracht van de aarde  $\frac{81}{3^2} = 9 \times$  zo groot zijn als de gravitatiekracht van de maan, dus hier zijn de gravitatiekrachten niet gelijk.

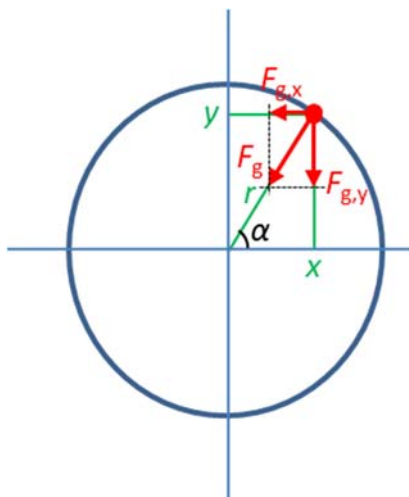


- e In punt G is de verhouding van de gravitatiekrachten  $\frac{81}{92} = 1$ .
- f Vergelijk de energetische situatie direct na het afwerpen (300 km boven het aardoppervlak) met die wanneer het ruimteschip punt G heeft bereikt:  $E_{k \text{ op } 300 \text{ km}} + E_{g, \text{aarde op } 300 \text{ km}} = E_{g, \text{aarde bij G}} + E_{g, \text{maan bij G}}$   
 Op 300 km is  $r_{\text{op } 300 \text{ km}} = R_{\text{aarde}} + 0,300 \cdot 10^6 = 6,371 \cdot 10^6 + 0,300 \cdot 10^6 = 6,671 \cdot 10^6 \text{ m}$ .  
 $r_{\text{aarde-maan}} = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$  dus op punt G is  $r_{\text{aarde-G}} = 0,90 \times 384,4 \cdot 10^6 = 346 \cdot 10^6 \text{ m}$  en  
 $r_{\text{maan-G}} = 0,10 \times 384,4 \cdot 10^6 = 38,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ .  
 Energievergelijking:  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r_{\text{op } 300 \text{ km}}} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde-G}}} - G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{maan}}}{r_{\text{maan-G}}} \rightarrow$   

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \left( \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{op } 300 \text{ km}}} - \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde-G}}} - \frac{M_{\text{maan}}}{r_{\text{maan-G}}} \right)} = \sqrt{2 \times 6,674 \cdot 10^{-11} \times \left( \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{6,671 \cdot 10^6} - \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{346 \cdot 10^6} - \frac{0,0735 \cdot 10^{24}}{38,4 \cdot 10^6} \right)}$$
  
 $= 1,08 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 10,8 \text{ km/s}$

### Opgave 62

- a De gravitatiewet van Newton staat in regel 3 en de tweede wet van Newton wordt in regel 6 en 7 gebruikt.
- b Zie figuur:  $\sin(\alpha) = \frac{y}{r} \rightarrow F_{g,y} = -F_g \cdot \sin(\alpha) = -F_g \cdot \frac{y}{r}$  en  $\cos(\alpha) = \frac{x}{r} \rightarrow F_{g,x} = -F_g \cdot \cos(\alpha) = -F_g \cdot \frac{x}{r}$ .



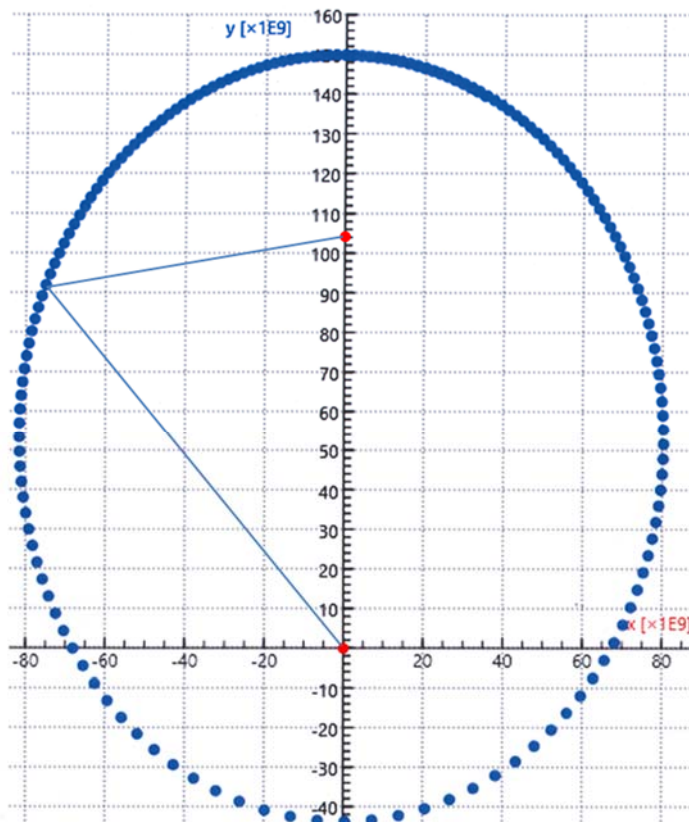
- c Met een iets grotere startsnelheid verwijderd de satelliet zich een eindje van de aarde, waardoor de baan iets langer (en een beetje ellipsvormig) wordt en daardoor iets langer duurt.
- d De grafiek van de afgelegde afstand is iets minder steil gaan lopen, de baansnelheid is dus afgenomen en daarmee dus de kinetische energie.
- e Uit het diagram van de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde (de oranje grafiek) kun je nagaan hoeveel de gravitatie-energie is toegenomen. In het diagram van de afgelegde afstand langs de baan tegen de tijd kun je de baansnelheid bepalen uit de helling van de grafiek en daarmee de kinetische energie. De toename van de gravitatie-energie en de afname van de kinetische energie zijn zo op elk moment met elkaar te vergelijken.
- f De onderste groene grafiek zal weer iets omhoog buigen tot hij na een complete omloop weer dezelfde helling heeft als in het begin.



## 10.5 VERDIEPING

### Opgave 63

- a De som van de afstanden van een punt op de ellips tot de beide brandpunten is gelijk voor elk punt van de ellips.
- b In diagram H van figuur 47 is de somafstand tot de beide brandpunten uitgezet. Daaruit blijkt dat het modelresultaat praktisch ellipsvormig is.
- c Eén van de brandpunten is het middelpunt van de zon. Uit de beschrijving van het model valt af te leiden dat het middelpunt van de zon zich in  $(0,0)$  bevindt. Het andere brandpunt bevindt zich volgens het model op  $(106 \cdot 10^9, 0)$ , zie figuur.



- d Zie bovenstaande figuur voor één van de drie punten. Teken dit zelf voor nog twee punten op de ellips en meet de afstanden na.



### Opgave 64

- a Bereken voor enkele punten de som van de kinetische energie en gravitatie-energie en tel deze op. Deze som moet steeds dezelfde uitkomst geven. De kinetische energie is evenredig met de baansnelheid in het kwadraat en de baansnelheid staat in diagram C uitgezet. De gravitatie-energie is omgekeerd evenredig met de afstand tot de zon en die staat in diagram D uitgezet.
- b Aphelium:  $r = 150 \cdot 10^9 \text{ m} \rightarrow E_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \times 6 \cdot 10^{24}}{150 \cdot 10^9} = -5,4 \cdot 10^{33} \text{ J}$   
 en  $v_{\text{baan}} = 20 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 6 \cdot 10^{24} \times (20 \cdot 10^3)^2 = 1,2 \cdot 10^{33} \text{ J}$ , dus  $E_g + E_k = -4,2 \cdot 10^{33} \text{ J}$ .  
 Perihelium:  $r = 44 \cdot 10^9 \text{ m} \rightarrow E_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \times 6 \cdot 10^{24}}{44 \cdot 10^9} = -1,83 \cdot 10^{34} \text{ J}$   
 en  $v_{\text{baan}} = 69 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 6 \cdot 10^{24} \times (69 \cdot 10^3)^2 = 1,43 \cdot 10^{34} \text{ J}$ , dus  $E_g + E_k = -4,0 \cdot 10^{33} \text{ J}$ .  
 Punt op  $t = 12 \cdot 10^6 \text{ s}$ :  $r = 120 \cdot 10^9 \text{ m} \rightarrow E_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \times 6 \cdot 10^{24}}{120 \cdot 10^9} = -6,7 \cdot 10^{33} \text{ J}$   
 en  $v_{\text{baan}} = 30 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 6 \cdot 10^{24} \times (30 \cdot 10^3)^2 = 2,7 \cdot 10^{33} \text{ J}$ , dus  $E_g + E_k = -4,0 \cdot 10^{33} \text{ J}$ .
- c Dit doe je zelf op het tekenblad.

### Opgave 65

Gegeven is dat:  $\frac{r_{\text{C-maan}}}{r_{\text{MC}}} = \frac{M_{\text{aarde}}}{m_{\text{maan}}}$ . Waarbij  $r_{\text{C-maan}}$  de afstand van het middelpunt van de maan tot het gemeenschappelijk centrum C is en  $r_{\text{MC}}$  de afstand van het middelpunt van de aarde tot het gemeenschappelijk centrum C.

$$\text{Dus } r_{\text{C-maan}} = \frac{M_{\text{aarde}}}{m_{\text{maan}}} \cdot r_{\text{MC}} = \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{7,35 \cdot 10^{22}} \cdot r_{\text{MC}} = 81,2 \cdot r_{\text{MC}}.$$

Voor de afstand aarde – maan geldt:  $r_{\text{MC}} + r_{\text{C-maan}} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

Invullen levert:  $r_{\text{MC}} + 81,2 \cdot r_{\text{MC}} = 3,84 \cdot 10^8 \rightarrow 82,2 \cdot r_{\text{MC}} = 3,84 \cdot 10^8$ .

De afstand MC is dus  $r_{\text{MC}} = 4,67 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

### Opgave 66

Alle punten in en op de aarde voeren in een maand tijd eenzelfde cirkelbeweging uit met een straal  $r_{\text{MC}} = 4,67 \cdot 10^6 \text{ m}$ , maar ieder om een eigen middelpunt, zoals te zien in figuur 51, die overigens niet op schaal getekend is, met een omlooptijd van  $T_{\text{maan}} = 27,32 \text{ d} = 2,3604 \cdot 10^6 \text{ s}$ .

De benodigde middelpuntzoekende kracht voor deze cirkelbeweging is

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r_{\text{MC}}} = \frac{m \cdot \left(\frac{2\pi \cdot r_{\text{MC}}}{T}\right)^2}{r_{\text{MC}}} = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r_{\text{MC}}}{T^2} = \frac{10,00 \times 4 \pi^2 \times 4,67 \cdot 10^6}{(2,3604 \cdot 10^6)^2} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

In punt B is de gravitatiekracht van de maan op een steen van 10,00 kg:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{maan}}}{(r_{\text{aarde-maan}} - R_{\text{aarde}})^2} = 6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{10,00 \times 7,35 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8 - 6,37 \cdot 10^6)^2} = 3,44 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

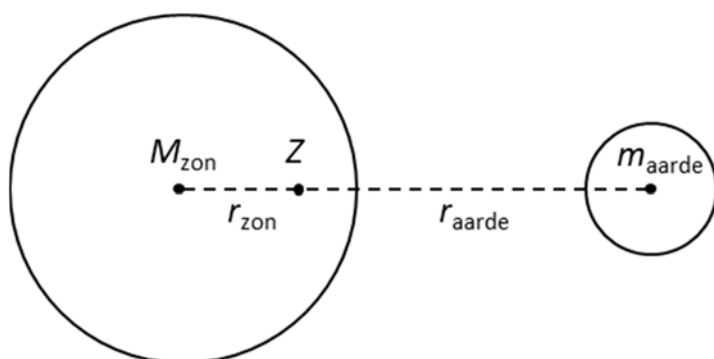
In de punten D en E is de gravitatiekracht van de maan precies de waarde van de benodigde middelpuntzoekende kracht, doordat die punten zich op dezelfde afstand van de maan bevinden als het middelpunt van de aarde. De steen is in punt B dus  $(3,44 - 3,31) \cdot 10^{-4} = 0,13 \cdot 10^{-4} \text{ N}$  lichter dan 6 uur eerder of later.

Dat is dus  $\frac{1,3 \cdot 10^{-5}}{10,00 \times 9,81} \times 100\% = 0,00001\%$  lichter.



### Opgave 67

- a De zon en de aarde oefenen een gravitatiekracht op elkaar uit, die voor allebei als middelpuntzoekende kracht werkt in de richting van het zwaartepunt Z van het systeem 'zon en aarde'. Zie figuur.



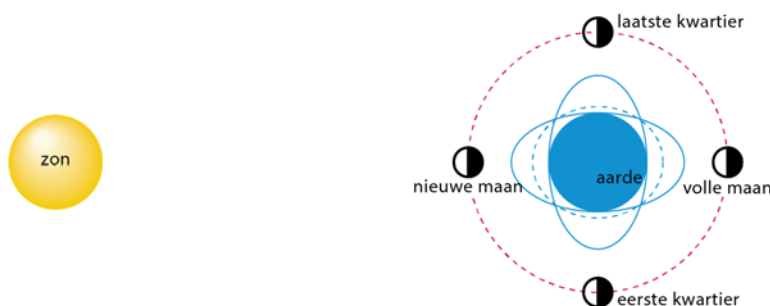
a  $\frac{r_{aarde}}{r_{zon}} = \frac{M_{zon}}{m_{aarde}} = \frac{1,99 \cdot 10^{30}}{5,97 \cdot 10^{24}} = 3,33 \cdot 10^5 \rightarrow r_{aarde} = 3,33 \cdot 10^5 \cdot r_{zon}$

Voor de afstand zon – aarde geldt:  $r_{zon} + r_{aarde} = 1,50 \cdot 10^{11}$  m.

Invullen levert:  $r_{zon} + 3,33 \cdot 10^5 \cdot r_{zon} = 1,50 \cdot 10^{11} \rightarrow 3,33 \cdot 10^5 \cdot r_{zon} = 1,50 \cdot 10^{11} \rightarrow r_{zon} = 4,50 \cdot 10^5$  m.

De straal van de zon is  $6,96 \cdot 10^8$  m. Het gemeenschappelijk zwaartepunt waar zon en aarde samen omheen draaien ligt dus op een afstand van het middelpunt van de zon die slechts  $\frac{4,50 \cdot 10^5}{6,96 \cdot 10^8} \times 100\% = 0,065\%$  van de straal van de zon is.

- b Bij nieuwe maan en bij volle maan staan de zon, de aarde en de maan ongeveer op een rechte lijn, dan vallen de vloedbergen die opgewekt zijn door de maan en door de zon samen.



Bovenaanzicht van de invloed van de zon (gestreepte blauwe ellips) en de maan (doorgetrokken blauwe ellips) op het wateroppervlak op aarde. De invloed van de maan is weergegeven voor vier posities van de maan in haar cirkelbaan rond de aarde.

- c De Atlantische Oceaan is niet breed genoeg (oost-west) om een flinke getijgolf op te wekken en alleen in de zuidelijke oceanen kunnen de vloedgolven doorlopen rond de aarde. Springvloed krijgen wij dus ook mee vanuit de zuidelijke oceaan rond Antarctica. Over het traject naar de Noordzee doen de getijgolven ongeveer twee etmalen.
- d Dood tij is het bij halve maan als het maangetij en het zongetij elkaar 'tegenwerken'.

## 10.6 AFSLUITING

### Opgave 68

Eigen antwoord



### Opgave 69

- a Een eenparige cirkelbeweging is een cirkelbeweging met een constante grootte van de baansnelheid.
- b De formule voor de baansnelheid van een eenparige cirkelbeweging is  $v = \frac{2\pi r}{T}$ , hierin is  $v$  de baansnelheid (in m/s),  $r$  de baanstraal (in m) en  $T$  de omlooptijd (in s).
- c Voor het uitvoeren van een eenparige cirkelbeweging is een nettokracht nodig die in het massamiddelpunt (zwaartepunt) van het voorwerp aangrijpt en voortdurend naar het middelpunt van de cirkelbaan is gericht (dus loodrecht op de baansnelheid staat): de middelpuntzoekende kracht.
- d De grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht wordt gegeven door  $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ , hierin is  $F_{\text{mpz}}$  de benodigde middelpuntzoekende kracht (in N),  $m$  de massa (in kg) van het voorwerp,  $v$  de snelheid (in m/s) en  $r$  de baanstraal (in m).
- e Bij de cirkelbeweging van planeten rond de zon en van manen rond een planeet werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
- f De gravitatiekracht is een wisselwerking op afstand. Beide voorwerpen trekken elkaar aan. De gravitatiekrachten die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht langs de verbindingsslijn van de massamiddelpunten (zwaartepunten) van de voorwerpen.
- g De grootte van de gravitatiekracht wordt gegeven door  $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ , hierin is  $F_g$  de gravitatiekracht (in N), zijn  $m$  en  $M$  de massa's (in kg) van de twee (hemel)lichamen, en is  $r$  de afstand (in m) tussen hun twee massamiddelpunten (zwaartepunten).
- h De grootte van de snelheid is in een ellipsbaan niet constant. De snelheid is het kleinst in het punt waar de planeet het verst van de zon verwijderd is. De snelheid is daar te klein voor een cirkelbaan op die afstand. De planeet beweegt dan ook een beetje in de richting van de zon, de baansnelheid krijgt ook een component in de richting van de zon. De snelheid neemt toe doordat de gravitatiekracht niet loodrecht op de baan staat, maar schuin naar voren is gericht. De snelheid blijft toenemen naarmate de planeet dichterbij de zon komt. De snelheid is het grootst in het tegenover liggende punt aan de andere kant van de zon waar de planeet het dichtst bij de zon staat. De snelheid is daar te groot voor een cirkelbaan op die afstand. De planeet beweegt vervolgens weer van de zon af. De snelheid neemt nu af doordat de gravitatiekracht schuin naar achteren is gericht.
- i De valversnelling  $g$  aan het oppervlak van de planeet is evenredig met de massa  $M$  en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de straal  $R$  van de planeet. De formule voor het verband tussen deze grootheden is af te leiden uit de tweede wet van Newton ( $F = m \cdot a$ ) en de formule voor de gravitatiekracht.
- j De baansnelheid  $v$  van een planeet is omgekeerd evenredig met de wortel van de baanstraal  $r$  en evenredig met de wortel van de massa  $M$  van het hemellichaam waar het omheen draait. De formule voor het verband tussen deze grootheden is af te leiden door de gravitatiekracht gelijk te stellen aan de benodigde middelpuntzoekende kracht.
- k De geostationaire baan van satellieten is zodanig dat de satellieten vanaf de aarde gezien altijd op een vaste plaats boven het aardoppervlak staan. Dit is alleen mogelijk als de satelliet op 35 786 km boven zeeniveau boven de evenaar stil hangt (en dus meedraait met de aarde). Alleen daar is de omlooptijd van de satelliet gelijk aan de tijd van één omwenteling van de aarde.
- l De gravitatie-energie van een voorwerp op een bepaalde hoogte is gelijk aan de arbeid die de gravitatiekracht moet verrichten om het voorwerp vanaf die hoogte naar oneindig ver weg te brengen waar het dan geen snelheid meer heeft. De gravitatie-energie is dus altijd negatief.
- m De grootte van de gravitatie-energie wordt gegeven door  $E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$ . Hierin is  $E_g$  de gravitatie-energie (in J),  $G$  de gravitatieconstante ( $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ),  $m$  de massa (in kg) van het voorwerp,  $M$  de massa (in kg) van het hemellichaam en  $r$  de onderlinge afstand van massamiddelpunt tot massamiddelpunt (in m). Het afgesproken nulpunt van de gravitatie-energie is 'in het oneindige'.
- n De ontsnappingssnelheid van een voorwerp is de minimale snelheid waarmee je het voorwerp weg moet schieten waarbij het voorwerp niet meer terug komt.
- o De ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van een planeet is evenredig met de wortel van de massa  $M$  van de planeet en omgekeerd evenredig met de wortel van de straal  $R$  van de planeet. De formule voor het verband tussen deze grootheden is af te leiden door de som van de kinetische energie en de gravitatie-energie gelijk aan nul te stellen.



### Opgave 70

#### Oriëntatie:

Zoek de straal van de maan op in Binas en bereken eerst de baanstraal van de ruimtecapsule en vervolgens de baansnelheid met  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ . Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt dat  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . Hiermee is de massa  $M$  van de maan te berekenen.

#### Uitwerking:

De straal van de maan is  $1,738 \cdot 10^6$  m dus is de baanstraal:  $r = 1,738 \cdot 10^6 + 0,112 \cdot 10^6 = 1,850 \cdot 10^6$  m  $\rightarrow$

$$v = \frac{2\pi \times 1,850 \cdot 10^6}{120,5 \times 60} = 1,608 \cdot 10^3 \text{ m/s} \rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G} = \frac{(1,608 \cdot 10^3)^2 \times 1,850 \cdot 10^6}{6,674 \cdot 10^{-11}} = 7,165 \cdot 10^{22} \text{ kg.}$$

### Opgave 71

#### Oriëntatie:

Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt:  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . Door de formule voor de snelheid  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$  in te vullen in de eerste formule kunnen we de snelheid uit de formule elimineren en de baanstraal berekenen

#### Uitwerking:

$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r} \rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2} \text{ met } T = 1 \times 3600 + 39 \times 60 + 44 = 5984 \text{ s.}$$

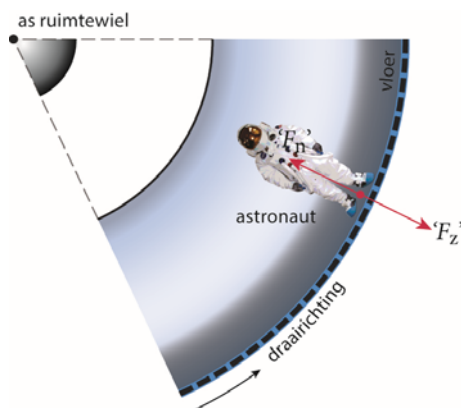
$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24} \times 5984^2}{4\pi^2}} = 7,124 \cdot 10^6 \text{ m}$$

De hoogte van de satellietbaan boven het aardoppervlak is:

$$h = r - R_{\text{aarde}} = 7,124 \cdot 10^6 - 6,371 \cdot 10^6 = 0,753 \cdot 10^6 \text{ m} = 753 \text{ km.}$$

### Opgave 72

- a Doordat het wiel ronddraait, voert de astronaut een cirkelbeweging uit. Op de astronaut moet dus een middelpuntzoekende kracht werken. Die middelpuntzoekende kracht is de normaalkracht  $F_n$  van de vloer op de astronaut in de richting van het middelpunt. De derde wet van Newton zegt dat de astronaut op zijn beurt ook een kracht uitoefent op de vloer, naar buiten toe: dit is de 'kunstmatige zwaartekracht' die in de opgave wordt genoemd.



- b De kunstmatige zwaartekracht is even groot maar tegengesteld aan de middelpuntzoekende kracht:

$$\frac{1}{3} F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow \frac{1}{3} m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow \frac{g}{3} = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{g \cdot r}{3}} = \sqrt{\frac{9,81 \times 40}{3}} = 11,4 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \times 40}{11,4} = 22 \text{ s}$$



### Opgave 73

- a De sterren draaien samen om een gemeenschappelijk zwaartepunt en blijven daarbij steeds tegenover elkaar, dan moeten de omlooptijden van beide sterren gelijk zijn:  $T_1 = T_2 = T$ .  
De middelpuntzoekende krachten van beide sterren worden geleverd door de gravitatiekracht en die is voor beide sterren gelijk want dat is een wisselwerking, dus  $F_g = F_{\text{mpz},1} = F_{\text{mpz},2} \rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{r_2}$ .
- b Voor de baansnelheden geldt:  $v_1 = \frac{2\pi r_1}{T}$  en  $v_2 = \frac{2\pi r_2}{T}$ . Invullen in bovenstaande formules geeft dan:
- c Uit bovenstaande vergelijking volgt:  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1}$ , dus als  $m_2$  groter is dan  $m_1$ , dan zal  $r_1$  groter zijn dan  $r_2$  en dit betekent dat de ster met de grootste massa de kleinste baanstraal heeft ofwel de zwaarste ster bevindt zich het dichtst bij het gemeenschappelijk draaipunt.
- d De gravitatiekracht die beide sterren op elkaar uitoefenen is te berekenen met  $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 + r_2)^2}$ , deze moet gelijk zijn aan beide middelpuntzoekende krachten. Voor ster  $S_1$  geldt dan (gebruik makend van  $v_1 = \frac{2\pi r_1}{T}$ ):

$$F_{\text{mpz},S1} = F_g \rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1^2}{r_1} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 + r_2)^2} \rightarrow \frac{4\pi^2 \cdot r_1}{T^2} = G \cdot \frac{m_2}{(r_1 + r_2)^2} \rightarrow \frac{r_1 \cdot (r_1 + r_2)^2}{T^2} = \frac{G \cdot m_2}{4\pi^2}$$

Op dezelfde manier als voor ster  $S_1$  is af te leiden dat voor ster  $S_2$  geldt:  $\frac{r_2 \cdot (r_1 + r_2)^2}{T^2} = \frac{G \cdot m_1}{4\pi^2}$ .

De gevonden formules voor de sterren  $S_1$  en  $S_2$  zijn van de (algebraïsche) vorm  $a = b$  en  $c = d$ .

Als  $a = b$  en  $c = d$ , dan geldt ook:  $a + c = b + d$ .

Tellen we nu dus de formules voor de twee sterren op dan krijgen we:

$$\frac{r_1 \cdot (r_1 + r_2)^2}{T^2} + \frac{r_2 \cdot (r_1 + r_2)^2}{T^2} = \frac{G \cdot m_2}{4\pi^2} + \frac{G \cdot m_1}{4\pi^2} \rightarrow \frac{(r_1 + r_2) \cdot (r_1 + r_2)^2}{T^2} = \frac{G \cdot (m_1 + m_2)}{4\pi^2} \rightarrow \frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G \cdot (m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

e  $v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow r = \frac{v \cdot T}{2\pi}$ , dus  $r_1 = \frac{v_1 \cdot T}{2\pi} = \frac{4,8 \cdot 10^3 \times 2,5 \cdot 10^9}{2\pi} = 1,91 \cdot 10^{12} = 1,9 \cdot 10^{12} \text{ m}$

$$r_2 = \frac{v_2 \cdot T}{2\pi} = \frac{3,6 \cdot 10^3 \times 2,5 \cdot 10^9}{2\pi} = 1,43 \cdot 10^{12} = 1,4 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

f  $\frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G \cdot (m_1 + m_2)}{4\pi^2} \rightarrow m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 \cdot (r_1 + r_2)^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \times (1,91 \cdot 10^{12} + 1,43 \cdot 10^{12})^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \times (2,5 \cdot 10^9)^2} = 3,53 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Uit  $m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$  volgt dat  $m_2 = m_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} = m_1 \times \frac{1,91 \cdot 10^{12}}{1,43 \cdot 10^{12}} = 1,34 \cdot m_1 \rightarrow$

$$m_1 + m_2 = m_1 + 1,34 \times m_1 = 2,34 \times m_1, \text{ dus: } 2,34 \times m_1 = 3,53 \cdot 10^{30} \rightarrow m_1 = 1,51 \cdot 10^{30} \text{ kg en}$$

$$m_2 = 1,34 \times 1,51 \cdot 10^{30} = 2,03 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

### Opgave 74

- a Voor de massa geldt:  $m = \rho \cdot V$  waarbij  $\rho$  de dichtheid is. Het volume van de planeet is evenredig met  $r^3$  dus is  $V_{\text{planeet}} = 1,8^3 \times V_{\text{aarde}} = 5,8 \times V_{\text{aarde}}$ . Als de dichtheid van de planeet gelijk is aan die van de aarde, dan is de massa dus  $5,8 \cdot M_{\text{aarde}}$ .
- b Aflezen uit figuur 59: 5 jaar duurt  $242 - 143 = 99$  uur, dus een jaar duurt  $\frac{99}{5} = 19,8$  uur. Dat is  $\frac{19,8}{24} = 0,83$  dagen. Dit komt overeen met waarde in de tabel.
- c Uit  $F_{\text{mpz}} = F_g$  volgt:  $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ . Door de formule voor de snelheid  $v = \frac{2\pi r}{T}$  in te vullen in de eerste formule kunnen we de snelheid uit de formule elimineren en de baanstraal berekenen. De omlooptijd is  $T = 0,83 \text{ dagen} = 7,17 \cdot 10^4 \text{ s}$ .
- $$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 1,9 \cdot 10^{30} \times (7,17 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ m}$$
- d  $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 2,5 \cdot 10^9}{7,17 \cdot 10^4} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$



- e Doordat de diameter van de baan van de planeet bijna  $6 \times$  zo groot is als de diameter van de planeet, is het stukje van de planeetbaan waar hij voor de ster langs beweegt, bij benadering recht. De snelheid waarmee de 'donkere vlek' langs de ster beweegt is dus bij benadering gelijk aan de baansnelheid van de planeet. Dan geldt  $x = v \cdot \Delta t$ , waarbij  $x$  gelijk is aan de diameter  $d$  van de ster en  $\Delta t$  afgelezen kan worden uit figuur 60.
- $$\Delta t = 183,5 - 182,4 = 1,10 \text{ h} = 1,10 \times 3600 = 3,96 \cdot 10^3 \text{ s} \rightarrow$$
- $$x = 2,2 \cdot 10^5 \times 3,96 \cdot 10^3 = 8,71 \cdot 10^8 \text{ m} \rightarrow R_{\text{ster}} = \frac{1}{2} d = 4,4 \cdot 10^8 \text{ m}$$
- f De lichtsterkte neemt af van 100% naar 99,965% op het moment dat de planeet zich midden voor de ster bevindt. De (frontale) oppervlakte van de planeet is dus  $100\% - 99,965\% = 0,035\%$  van de (frontale) oppervlakte van de ster. De oppervlakte is evenredig met het kwadraat van de straal, dus is  $R_{\text{planeet}}^2 = 0,00035 \times R_{\text{ster}}^2 \rightarrow$
- $$R_{\text{planeet}} = \sqrt{0,00035} \times R_{\text{ster}} = 0,0187 \times 4,4 \cdot 10^8 = 8,2 \cdot 10^6 \text{ m.}$$
- $$R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m dus } R_{\text{planeet}} = \frac{8,2 \cdot 10^6}{6,371 \cdot 10^6} \times R_{\text{aarde}} = 1,3 \times R_{\text{aarde}}.$$
- g De kans is maar klein dat we de planeet precies voor de ster langs zien bewegen. De zichtlijn vanaf de aarde moet dan precies in het vlak van baan van de planeet liggen.

### Opgave 75

- a  $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ , dus zou het verband tussen de gravitatiekracht  $F_g$  en de afstand  $r$  omgekeerd kwadratisch moeten zijn. De grafiek laat echter geen oorsprong zien, we zien nu relatief gezien maar een heel klein stukje van de grafiek en dan lijkt de gebogen lijn recht te zijn.
- b De arbeid is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek tussen  $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$  en  $6,371 \cdot 10^6 + 408 \cdot 10^3 = 6,779 \cdot 10^6 \text{ m}$ . Lees daarvoor de gravitatiekracht af op  $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$  en op  $6,779 \cdot 10^6 \text{ m}$  en neem het gemiddelde
- $$W = F_{g,\text{gem}} \cdot \Delta r = \frac{1}{2} \times (2,75 + 2,42) \cdot 10^6 \times 408 \cdot 10^3 = 1,05 \cdot 10^{12} \text{ J.}$$
- c De gravitatie-energie van het ISS als deze op het aardoppervlak zou staan is:
- $$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{2,80 \cdot 10^5 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = -1,752 \cdot 10^{13} \text{ J.}$$
- Als het ISS in zijn baan rond de aarde wordt gebracht komt daar de bij vraag b berekende arbeid bij, dus is de gravitatie-energie van het ISS in zijn baan rond de aarde:  $E_g = -1,752 \cdot 10^{13} + 1,05 \cdot 10^{12} = -1,65 \cdot 10^{13} \text{ J.}$
- d  $r = R_{\text{aarde}} + h = 6,371 \cdot 10^6 + 408 \cdot 10^3 = 6,779 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = -6,674 \cdot 10^{-11} \times \frac{2,80 \cdot 10^5 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,779 \cdot 10^6} = -1,65 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

### Opgave 76

- a  $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow G = \frac{F_g \cdot r^2}{m \cdot M} = \frac{1,47 \cdot 10^{-7} \times 0,230^2}{0,730 \times 158} = 6,74 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$
- b  $\frac{6,74 \cdot 10^{-11} - 6,674 \cdot 10^{-11}}{6,674 \cdot 10^{-11}} \times 100\% = 1\% \text{ afwijking}$
- c  $F_g = F_z$  geeft  $G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{9,81 \times (6,37 \cdot 10^6)^2}{6,74 \cdot 10^{-11}} = 5,91 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$
- d  $V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$  geeft  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi \cdot R^3} = \frac{3m}{4 \pi R^3} = \frac{3 \times 5,91 \cdot 10^{24}}{4 \times \pi \times (6,37 \cdot 10^6)^3} = 5,45 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$
- e Afwijking van de massa:  $\frac{5,972 \cdot 10^{24} - 5,91 \cdot 10^{24}}{5,972 \cdot 10^{24}} \times 100\% = 1\%.$
- Afwijking van de dichtheid:  $\frac{5,513 \cdot 10^3 - 5,45 \cdot 10^3}{5,513 \cdot 10^3} \times 100\% = 1\%.$