



Uitwerkingen opgaven leerboek

9.1 INTRODUCTIE

Opgave 1

- a De snelheid is constant, de nettokracht is nul, dus de luchtweerstand is even groot als de zwaartekracht.
- b $F_z = F_{w,l} \rightarrow m \cdot g = k \cdot v^2 \rightarrow 88 \times 9,81 = k \times 48^2 \rightarrow k = 0,37$
- c In korte tijd verandert de snelheid veel, de versnelling is groot en dus de nettokracht ook.
- d Uit $m \cdot g = k \cdot v^2$ blijkt dat als de snelheid $10 \times$ zo klein wordt, k $100 \times$ zo groot wordt. k is dus met een factor 100 toegenomen.
- e Tijdens de landing is de normaalkracht groter dan de zwaartekracht, want de (afremmende) nettokracht is omhoog gericht. (Bij stilstand is de nettokracht 0 en is de normaalkracht wel even groot als de zwaartekracht.)

Opgave 2

- a De luchtweerstand en de rolweerstand werken altijd tegen de beweging in.
- b Om te versnellen en te vertragen heb je schuifwrijving nodig om af te zetten tegen het wegdek.
- c Als er bagage in een auto wordt gelegd, veranderen de rolweerstand en de schuifwrijving.
- d Bij het remmen werkt alleen de schuifwrijvingskracht, dus $F_{\text{res}} = F_{w,s}$. Verder kun je gebruiken dat $F_{\text{res}} = m \cdot a$ en $F_{w,s} = f \cdot F_n$ waarbij op een horizontale weg geldt dat $F_n = m \cdot g$.
Dus $m \cdot a = f \cdot m \cdot g \rightarrow a = f \cdot g \rightarrow f = \frac{a}{g} = \frac{9,0}{9,81} = 0,92$.

Opgave 3

- a $54 \text{ L} = 0,054 \text{ m}^3$ dus in de tank is $0,054 \times 32 \cdot 10^9 = 1,7 \cdot 10^9 \text{ J}$ opgeslagen.
- b De benzinemotor kan daarmee $0,25 \times 1,7 \cdot 10^9 = 4,3 \cdot 10^8 \text{ J}$ nuttige energie leveren.
- c $1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ}$ dus in een volledig elektrische auto is $24 \times 3,6 = 86 \text{ MJ}$ energie opgeslagen.
- d De accu's van elektrische auto's moeten alle energie leveren en zijn daarom veel groter dan de accu's van hybride auto's, die alleen worden gebruikt voor stadsritten en om tijdelijk energie op te slaan.

9.2 ENERGIE EN ARBEID VOOR BEWEGEN

Opgave 4

- a Niet waar: Om een beweging te laten voortduren is er toevoer van energie nodig als er wrijvingskrachten werken.
- b Waar
- c Niet waar: Door luchtweerstand wordt bewegingsenergie omgezet in warmte.
- d Niet waar: De eenheid van verbrandingswarmte is joule per kilogram (J/kg) of joule per kubieke meter (J/m³).
- e Waar
- f Niet waar: Bij een rendement van 25% wordt een kwart van de energie omgezet in bewegingsenergie.
- g Waar
- h Waar
- i Waar (en de arbeid is ook evenredig met de wrijvingskracht)



Opgave 5

- a Bij een satelliet zijn er geen wrijvingskrachten, dus is er geen energie nodig om de beweging in stand te houden.
- b Het lichtspoor van de meteor ontstaat, doordat de vaste deeltjes gloeiend heet worden (en zelfs verdampen).
- c De snelheid van de meteor zal zeer snel afnemen in de dampkring.
- d De zwaartekracht is veel kleiner dan de luchtweerstand en ook is de verticaal afgelegde afstand meestal veel kleiner dan de afgelegde afstand langs het spoor. De arbeid van de zwaartekracht is dus veel kleiner dan de wrijvingsarbeid.
- e De bewegingsenergie van de meteor neemt af in de dampkring, doordat het verlies door wrijving groter is dan de winst door de arbeid van de zwaartekracht..

Opgave 6

- a Het metaal van de schijfrem mag niet te warm worden. Bij een groot oppervlak kan er meer warmte aan de omgeving worden afgestaan.
- b Bij een hogere snelheid heeft de auto meer bewegingsenergie. De arbeid van de remwrijving is dan groter. Bij dezelfde remkracht zal de remweg langer zijn.
- c Bij gelijke beginsnelheid is de arbeid van de remwrijving hetzelfde. Omdat deze arbeid afhangt van de remkracht en de remweg, zal bij een grotere remkracht de remweg kleiner zijn.

Opgave 7

- a Bij het opladen van de accu door een dynamo wordt bewegingsenergie (via elektrische energie) omgezet in chemische energie in de accu.
- b Telkens als de auto remt wordt de bewegingsenergie als elektrische energie opgeslagen in de accu, dat gebeurt vooral veel in de stad. Daardoor zijn elektrische auto's in de stad veel efficiënter dan benzineauto's.
- c Er worden tijdens het rijden met een elektrische auto (of scooter) geen schadelijke stoffen geproduceerd.
- d Het opladen van een elektrische auto gebeurt vaak nog met energie die opgewekt is met behulp van fossiele brandstoffen die wel zorgen voor uitstoot van CO₂.

Opgave 8

- a Voorbeelden van energiebronnen waarin chemische energie is opgeslagen zijn: benzine, steenkool, aardgas, waterstofgas, een accu, een batterij.
- b In een trein wordt de elektrische energie aangevoerd via de bovenleidingen. Bij een elektrische auto kan dat niet, dus moet in een elektrische auto chemische energie worden opgeslagen. Die chemische energie kan dan worden omgezet in elektrische energie.

Opgave 9

- a De rest van de chemische energie wordt omgezet in warmte in de motor, die dan afgevoerd moet worden door koeling.
- b Als het rendement hoger is (bij dezelfde snelheid), verricht de motor evenveel arbeid, maar dat kost minder brandstof.
- c Als het rendement hoger is (bij dezelfde snelheid), is het brandstofverbruik lager.

Opgave 10

- a De arbeid hangt (behalve van de grootte van de kracht) ook af van de afgelegde afstand.
- b Als de afgelegde afstand groter is, moet de kracht meer arbeid verrichten. Naar verwachting zal de arbeid ook evenredig zijn met de afgelegde afstand.
- c $\text{arbeid} = \text{kracht} \times \text{verplaatsing}$

Opgave 11

Eigen antwoord



Opgave 12

- a Bij een elektrische scooter is de nuttige energie de verrichte arbeid en de ingaande energie is de elektrische energie,

$$\text{dus } \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{el}}} \rightarrow W = \eta \cdot E_{\text{el}} = 0,90 \times 140 \cdot 10^3 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$W = F \cdot s \rightarrow F = \frac{W}{s} = \frac{1,3 \cdot 10^5}{1,0 \cdot 10^3} = 1,3 \cdot 10^2 \text{ N}$$

- b Voor 1 km is 140 kJ nodig, dus is er voor 100 km $100 \times 140 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ kJ} = 14 \text{ MJ}$ nodig.

Opgave 13

a $E_{\text{ch}} = r_v \cdot V \rightarrow r_v = \frac{E_{\text{ch}}}{V} = \frac{1,05 \cdot 10^{13}}{262} = 4,01 \cdot 10^{10} \text{ J/m}^3$

b $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{ch}}} = \frac{3,4 \cdot 10^{12}}{1,05 \cdot 10^{13}} = 0,32 = 32\%$

c $W = F \cdot s \rightarrow F = \frac{W}{s} = \frac{3,4 \cdot 10^{12}}{1200 \cdot 10^3} = 2,8 \cdot 10^6 \text{ N}$

- d Voor 1200 km wordt 262 m³ stookolie verbruikt dus voor 100 km is dat $\frac{262}{12} = 21,8 \text{ m}^3$. Het brandstofverbruik is dus 21,8 m³/100 km.

Opgave 14

- A Er zijn geen krachten die arbeid verrichten, de bewegingsenergie is en blijft nul.
 B Voorwaartse kracht van de fietser, rolweerstand en luchtweerstand.
 C Zwaartekracht en spankracht in de hijskabel van de kraan.
 D Zwaartekracht.

Opgave 15

- a Zie figuur 16. Bij 80 km/h is de tegenwerkende kracht 400 N $\rightarrow W = F \cdot s = 400 \times 20 \cdot 10^3 = 8,0 \cdot 10^6 \text{ J} = 8,0 \text{ MJ}$

- b Voor benzine is $r_v = 33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$ (Binas), dat is 33 MJ/L $\rightarrow E_{\text{ch}} = r_v \cdot V = 33 \times 0,90 = 30 \text{ MJ}$

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{ch}}} = \frac{8,0}{30} = 0,27 = 27\%$$

- c Zie figuur 16. Bij 160 km/h is de tegenwerkende kracht 1000 N, dat is meer dan twee keer zo groot als bij 80 km/h dus wordt er meer dan twee keer zo veel arbeid verricht en daar is meer dan twee keer zo veel brandstof voor nodig.

Opgave 16

- a Je bepaalt de oppervlakte in de eenheid die het product is van de eenheden die langs de assen van de grafiek staan. Horizontaal staat de afstand in m en verticaal de kracht in N, dus wordt de bepaalde arbeid dan uitgedrukt in N·m.
 b In figuur 15 staat 1 hokje (van 5 bij 5 mm) voor $5,0 \text{ m} \times 2,0 \text{ N} = 10 \text{ N} \cdot \text{m} = 10 \text{ J}$.
 c Het stuk dat door de schuine stippellijn 'te weinig' wordt meegenomen (onder de grafiek en boven de schuine stippellijn) in de berekening van de oppervlakte wordt aan de rechterkant (boven de grafiek en onder de schuine stippellijn) 'te veel' meegenomen. De oppervlakten van beide stukken zijn gelijk en compenseren elkaar dus.

Opgave 17

$$W = F \cdot s = 50 \cdot 10^3 \times 86 \cdot 10^3 = 4,3 \cdot 10^9 \text{ J} \rightarrow \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{in}}} = \frac{4,3 \cdot 10^9}{2,4 \cdot 10^{10}} = 0,18 = 18\%$$



Opgave 18

- a $\alpha = 50^\circ$
- b Na 10 minuten is de afgelegde afstand $s = v \cdot t = \frac{5,0}{3,6} \times 10 \times 60 = 833 \text{ m} \rightarrow$
 $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha) = 30 \times 833 \times \cos(\alpha) = 1,6 \cdot 10^4 \text{ J} = 16 \text{ kJ}.$
- c Als vader een langer touw gebruikt om de slee met dezelfde snelheid te trekken zal de hoek α kleiner zijn. De verticale component van de spankracht zal dan kleiner zijn (de slee wordt minder 'opgetild') en daardoor zal de wrijvingskracht toe nemen. Om de slee met dezelfde snelheid te blijven trekken moet dan de component van de spankracht in horizontale richting groter worden en dus zal vader dan meer arbeid verrichten.

Opgave 19

- a $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{ch}}} \rightarrow E_{\text{ch}} = \frac{W}{\eta} = \frac{800 \cdot 10^3}{0,25} = 3,2 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,2 \text{ MJ}$ in een uur.
 1,0 g lichaamsvet levert 30 kJ chemische energie dus de sporter verbrandt $\frac{3,2 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3} = 107 = 1,1 \cdot 10^2 \text{ g}$ vet als hij 1 uur sport.
- b Om 1,0 kg = 1000 g af te vallen moet de sporter $\frac{1000}{107} = 9,4$ uur sporten.

Opgave 20

Benzine: $r_v = 33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3 = 33 \text{ MJ/L} \rightarrow E_{\text{ch}} = r_v \cdot V = 33 \cdot 10^6 \times 6,7 = 2,2 \cdot 10^8 \text{ J}.$

$$W = F \cdot s = 480 \times 100 \cdot 10^3 = 4,8 \cdot 10^7 \text{ J} \rightarrow \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{ch}}} = \frac{4,8 \cdot 10^7}{2,2 \cdot 10^8} = 0,22 = 22\%$$

Opgave 21

- a $\eta \cdot E_{\text{in}}$ is de nuttige energie (arbeid), en $F_{\text{vw}} \cdot s$ is ook de arbeid, dus de vergelijking: $\eta \cdot E_{\text{in}} = F_{\text{vw}} \cdot s$ is juist.
- b Bij een hogere snelheid is de tegenwerkende kracht groter en is dus ook de voorwaartse kracht F_{vw} groter. Is F_{vw} groter dan is E_{in} ook groter, dus hangt het brandstofverbruik inderdaad af van de snelheid (het rendement van de motor is immers constant).

Opgave 22

- a Bij 60 km/h: $F_v = F_{\text{tegen}} = F_{\text{w,r}} + F_{\text{w,l}} = 120 + 480 = 600 \text{ N}.$
 Bij 120 km/h is de snelheid 2 $\times$ zo groot, dus zal de luchtweerstand 4 $\times$ zo groot zijn:
 $F_v = F_{\text{tegen}} = F_{\text{w,r}} + F_{\text{w,l}} = 120 + 4 \times 480 = 2040 \text{ N} = 2,04 \text{ kN}$
- b Het brandstofverbruik per km is evenredig met de tegenwerkende kracht, dus $\frac{2040}{600} = 3,4 \times$ zo groot.

Opgave 23

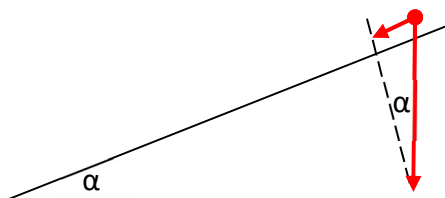
- a Bij 60 km/h is $F_w = 3,6 \cdot 10^2 \text{ N}$ dus $W = F \cdot s = 3,6 \cdot 10^2 \times 100 \cdot 10^3 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ J}$
- b $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{W}{E_{\text{ch}}} \rightarrow E_{\text{ch}} = \frac{W}{\eta} = \frac{3,6 \cdot 10^7}{0,21} = 1,71 \cdot 10^8 \text{ J} = 171 \text{ MJ}$ voor 100 km.
 Voor benzine is $r_v = 33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$ (Binas), dat is 33 MJ/L.
 $E_{\text{ch}} = r_v \cdot V \rightarrow V = \frac{E_{\text{ch}}}{r_v} = \frac{171}{33} = 5,2 \text{ L}$ dus het brandstofverbruik is 5,2 L/100 km.
- c Bij 120 km/h is de totale wrijvingskracht $\frac{9,0 \cdot 10^2}{3,6 \cdot 10^2} = 2,5 \times$ zo groot, dus is het brandstofverbruik ook 2,5 $\times$ zo groot.
 Het brandstofverbruik bij 120 km/h is $2,5 \times 5,2 = 13 \text{ L/100 km}.$



Opgave 24

- a Voor de component van de zwaartekracht langs de helling geldt:

$$F_{z,x} = F_z \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 1200 \times 9,81 \times \sin(3,5) = 7,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$



- b De snelheid blijft constant dus $F_{\text{res}} = 0 \rightarrow F_{z,x} = F_{w,r} + F_{w,l} + F_{\text{rem}} \rightarrow 7,2 \cdot 10^2 = 2,0 \cdot 10^2 + 1,5 \cdot 10^2 + F_{\text{rem}} \rightarrow F_{\text{rem}} = 3,7 \cdot 10^2 \text{ N}$
- c De arbeid die de remmen gezamenlijk verrichten is $W = F_{\text{rem}} \cdot s = 3,7 \cdot 10^2 \times 8,5 \cdot 10^3 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ J}$.
De arbeid die elke rem verricht is $1/4^{\text{e}}$ deel daarvan, dus $W_{\text{rem}} = \frac{3,1 \cdot 10^6}{4} = 7,8 \cdot 10^5 \text{ J}$
- d De temperatuuroptoe name per rem is $\Delta T = \frac{7,8 \cdot 10^5}{4,5 \cdot 10^3} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

9.3 ENERGIESOORTEN BIJ BEWEGINGEN

Opgave 25

- a Waar
- b Waar
- c Waar
- d Niet waar: De bewegingsenergie hangt af van de snelheid en de massa van een voorwerp.
- e Waar
- f Waar
- g Niet waar: Bij een vallend voorwerp wordt zwaarte-energie omgezet in bewegingsenergie.
- h Waar (bij gelijke uitrekking of indrukking)
- i Niet waar: Een schroefveer heeft positieve veerenergie als hij ingedrukt is (veerenergie is nooit negatief).

Opgave 26

- a De voorwaartse kracht verricht positieve arbeid, want deze kracht werkt in de richting van de verplaatsing. De tegenwerkende kracht(en) verricht(en) negatieve arbeid, want deze kracht(en) werkt/werken tegen de richting van de verplaatsing in.
- b Als de snelheid constant blijft, wordt er voortdurend evenveel bewegingsenergie aan de auto toegevoerd door de arbeid van de motor als dat er bewegingsenergie wordt omgezet in warmte door de arbeid van de tegenwerkende kracht(en).
- c Bij het remmen wordt de bewegingsenergie door de arbeid van de remkracht F_{rem} omgezet in warmte. Voor deze arbeid geldt: $W = F_{\text{rem}} \cdot s$. Bij de vrachtwagen is de bewegingsenergie het grootst, want die heeft de grootste massa, dus moet daar ook de meeste arbeid verricht worden. De remweg s is bij beide voertuigen even lang, dus is de remkracht van de vrachtwagen het grootst.

Opgave 27

- a In een generator wordt bewegingsenergie omgezet in elektrische energie.
- b Bij centrales die op aardgas werken levert de energiebron chemische energie.
- c Een windmolen gebruikt bewegingsenergie van de lucht.
- d In een stuwmeer is zwaarte-energie opgeslagen.



Opgave 28

- a Tijdens het wegschieten wordt veerenergie omgezet in bewegingsenergie.
- b De veerkracht van het elastiek zorgt voor deze energieomzetting.
- c Tijdens het omhoog bewegen wordt de bewegingsenergie van het steentje omgezet in zwaarte-energie. De zwaartekracht zorgt voor deze energieomzetting.
- d Tijdens de beweging omhoog en omlaag verricht alleen de zwaartekracht arbeid (er werken geen andere krachten, de wrijving wordt hier verwaarloosd), dus blijft de som van bewegingsenergie en zwaarte-energie constant.
- e Nadat het steentje op de grond is gevallen, is alle energie omgezet in warmte.

Opgave 29

- a Tijdens de slag neemt de bewegingsenergie van de bal toe. De kracht van de club op de bal verricht dan arbeid. Tijdens de slag neemt de bewegingsenergie van de club af. De (reactie)kracht van de bal op de club verricht dan (negatieve) arbeid.
- b Tijdens de klap deukt de bal in (en de club buigt een heel klein beetje door). De ingedeukte bal (en de doorgebogen club) heeft veerenergie. Bij de vervorming van de bal (en de club) ontstaat warmte door interne wrijving.

Opgave 30

- a De zwaarte-energie is maximaal in het hoogste punt.
- b De veerenergie is maximaal in het laagste punt.
- c De bewegingsenergie is maximaal als de snelheid maximaal is. Zodra je op de trampoline neerkomt, is de veerkracht nog erg klein. De zwaartekracht is dan nog groter dan de veerkracht en de resulterende kracht is naar beneden gericht. Dat betekent dat je dan nog versnelt en de bewegingsenergie dus nog toeneemt. Op het moment dat de veerkracht even groot is als de zwaartekracht, is de resulterende kracht nul en de snelheid maximaal (en de bewegingsenergie dus ook). Dat is als de trampoline een beetje ingeveerd is.

Opgave 31

- a De hoeveelheid arbeid die je spieren verrichten, hangt af van de zwaartekracht en van de hoogte die je omhoog klimt.
- b Je kunt de arbeid berekenen met $W = F_z \cdot s$. De formule voor de zwaartekracht is $F_z = m \cdot g$, de arbeid W wordt omgezet in zwaarte-energie E_z en de afgelegde afstand s is hier de hoogte h , dus $W = F_z \cdot s$ wordt dan $E_z = m \cdot g \cdot h$.

Opgave 32

- a Bij het remmen wordt bewegingsenergie omgezet in warmte.
- b De gemiddelde snelheid v_{gem} is $2 \times$ zo groot en daardoor is de remtijd t ook $2 \times$ zo groot, dus is (volgens $s = v_{\text{gem}} \cdot t$) de remweg s $4 \times$ zo groot.
- c Bij een $2 \times$ zo grote snelheid moeten de remmen $4 \times$ zo veel arbeid verrichten om de auto tot stilstand te laten komen.
- d De bewegingsenergie is dus evenredig met het kwadraat van de snelheid.

Opgave 33

Eigen antwoord

Opgave 34

$$E_z = m \cdot g \cdot h \rightarrow 2,3 \cdot 10^3 = 140 \times 9,81 \times h \rightarrow h = 1,7 \text{ m}$$

Opgave 35

- a Uit de figuur valt af te lezen dat de trein een kinetische energie van 17,0 MJ krijgt.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 17,0 \cdot 10^6}{6,96 \cdot 10^4}} = 22,1 \text{ m/s}$$

- b $W = \Delta E_k \rightarrow F_{\text{vw}} \cdot s = \Delta E_k \rightarrow F_{\text{vw}} = \frac{\Delta E_k}{s} = \frac{17,0 \cdot 10^6}{685} = 2,48 \cdot 10^4 \text{ N}$



Opgave 36

- a $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \times 1200 \times 30^2 = 5,4 \cdot 10^5 \text{ J} = 0,54 \text{ MJ}$
 $\Delta E_k = W \rightarrow \Delta E_k = F_{\text{rem}} \cdot s \rightarrow F_{\text{rem}} = \frac{\Delta E_k}{s} = \frac{5,4 \cdot 10^5}{60} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ N} = 9,0 \text{ kN}$
- b De kinetische energie die bij het remmen omgezet wordt in warmte, is gelijk op glad en normaal wegdek. En de arbeid is gelijk aan de omgezette kinetische energie. Met $W = F_{\text{rem}} \cdot s$ volgt dat als de arbeid gelijk is en de remkracht 3 × zo klein, de remweg 3 × zo groot is.
- c $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ dus als de snelheid halveert is de kinetische energie 4 × zo klein.
- d De arbeid van de remkracht is dan ook 4 × zo klein, dit zou bij dezelfde remkracht de remweg 4 × zo klein maken. Maar de remkracht op glad wegdek is 3 × zo klein wat de remweg juist 3 × zo groot maakt.
 De remweg is nu $s = \frac{60 \times 3}{4} = 45 \text{ m}$.

Opgave 37

- a $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ dus als de massa 1,5 × zo groot is, is de kinetische energie ook 1,5 × zo groot. De remarbeid is gelijk aan de kinetische energie die omgezet moet worden in warmte. Met $W = F_{\text{rem}} \cdot s$ volgt dat als de arbeid 1,5 × zo groot is en de remkracht gelijk blijft, de remweg ook 1,5 × zo groot is.
- b Als de remweg van de auto met aanhanger ook (minimaal) 60 m is, is bij dezelfde remkracht de remarbeid gelijk. De kinetische energie die 'afgevoerd' wordt bij het remmen tot stilstand is dan dus ook gelijk. Is. Met $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ volgt dan dat v^2 1,5 × zo klein moet zijn en dus: $v = \frac{30}{\sqrt{1,5}} = 24 \text{ m/s}$.

Opgave 38

- a Kinetische energie wordt omgezet in zwaarte-energie:
 $E_{k,\text{beneden}} = E_{z,\text{boven}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h \rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{4,0^2}{2 \times 9,81} = 0,82 \text{ m} = 82 \text{ cm}$
- b Als de beginsnelheid 2 × zo groot is, is de kinetische energie $2^2 = 4$ × zo groot en dus ook de zwaarte-energie in het hoogste punt. De kogel zal 4 × zo hoog komen: $4 \times 0,82 = 3,3 \text{ m}$.
- c Zowel de kinetische energie als de zwaarte-energie zijn evenredig met de massa, dus kun je de massa wegstrepen in de vergelijking van $E_{k,\text{beneden}} = E_{z,\text{boven}}$. Een andere massa zal dan geen verschil maken.

Opgave 39

- a Punt B en D zitten op gelijke hoogte, daar is de zwaarte-energie gelijk. De totale energie (zwaarte-energie plus kinetische energie) is constant, dus is de kinetische energie in B en D gelijk, en dus ook de snelheid.
- b $\Delta E_z = \Delta E_k \rightarrow$ (op 80 m hoogte is v nog nul) $m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}$
 Tot aan B: $\Delta h = 80 - 20 = 60 \text{ m} \rightarrow v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 60} = 34 \text{ m/s}$.
 In D is de snelheid gelijk aan B, dus 34 m/s.
- c Tot aan C: $\Delta h = 80 - 40 = 40 \text{ m} \rightarrow v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 40} = 28 \text{ m/s}$

Opgave 40

- a $E_{k,\text{afzet}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \times 70 \times 4,0^2 = 560 \text{ J}$. Op het hoogste punt is deze bewegingsenergie omgezet in extra hoogte: $E_{k,\text{afzet}} = \Delta E_z \rightarrow 560 = m \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow \Delta h = \frac{560}{m \cdot g} = \frac{560}{70 \times 9,81} = 0,82 \text{ m}$.
 Zijn zwaartepunt is dus 82 cm omhoog gegaan en daarmee komen zijn vingertoppen dan tot $2,5 + 0,82 = 3,3 \text{ m}$.
- b Als het omhoog zwaaien van je armen al klaar is als je loskomt van de grond, wordt de extra bewegingsenergie van de zwaaiende armen ook omgezet in zwaarte-energie en kom je dus hoger.



Opgave 41

- a De paarse lijn is de grafiek van de zwaarte-energie en de groene van de veerenergie.
- b De rode lijn is de kinetische energie, dus op $t = 0,33$ s heeft de bal de grootste snelheid.
- c Op $t = 0,71$ s is de bal (na de stuit) op het hoogste punt.
- d Door de maximale kinetische energie vlak na de stuit af te trekken van de maximale kinetische energie vlak vóór de stuit bepaal je de hoeveelheid energie die tijdens de stuit wordt omgezet in warmte.
- e Als er energie verloren gaat door luchtweerstand, is de kinetische energie vlak vóór de stuit niet even groot als het verschil in zwaarte-energie tussen het begin van de val en het moment vlak vóór de stuit. Je moet dan dus de zwaarte-energie op $t = 0,33$ s afhalen van de zwaarte-energie op $t = 0,0$ s en dit vergelijken met de kinetische energie op $t = 0,33$ s.

Opgave 42

$$[E_k] = \text{J en } \left[\frac{1}{2} m \cdot v^2 \right] = [m] \cdot [v]^2 = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

$$[E_v] = \text{J en } \left[\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \right] = [C] \cdot [u]^2 = \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (\text{m})^2 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Opgave 43

- a Als er geen warmte ontstaat, wordt er voortdurend alleen veerenergie omgezet in kinetische energie en andersom, Er verdwijnt dus geen energie uit het massa-veersysteem. In de evenwichtstand is de veerenergie even nul, dan is alles kinetische energie en in de uiterste stand is de bewegingsenergie even nul en is alles veerenergie.
- b De veerenergie is maximaal als de veer maximaal is uitgerekt, de uitrekking is dan de amplitude A en de veerenergie is $E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot A^2$. In de evenwichtstand is deze energie helemaal omgezet in kinetische energie, de snelheid is dan maximaal. Er geldt dus: $E_{v,\text{max}} = E_{k,\text{max}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 \rightarrow v_{\text{max}}^2 = \frac{C}{m} \cdot A^2 \rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C}{m}} \cdot A$. De maximale snelheid is dus evenredig met de amplitude.
- c Voor de maximale snelheid van een trilling geldt: $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$. De totale energie van de trilling is gelijk aan de maximale kinetische energie, dus $E_{\text{trilling}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{2\pi A}{T} \right)^2 = m \cdot \frac{2\pi^2 A^2}{T^2}$. Met $f = \frac{1}{T}$ volgt dan dat $E_{\text{trilling}} = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$.

Opgave 44

- a Tijdens de val wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie volgens: $\Delta E_z = \Delta E_k \rightarrow$ (in het hoogste punt is de snelheid even nul) $m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}$. Hierbij is Δh de afstand die de voeten afleggen: $\Delta h = 3,5 - 1,0 = 2,5$ m. De snelheid waarmee zijn voeten de trampoline raken, is $v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2,5} = 7,0$ m/s.
- b Tijdens het inveren worden zwaarte-energie plus kinetische energie omgezet in veerenergie. In het laagste punt zijn hoogte en snelheid 0, dus is alle energie omgezet in veerenergie.
- c In het laagste punt is $E_k = 0$ en $E_v = \Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h$ waarbij Δh de afstand is die de voeten afleggen vanaf het hoogste punt tot het laagste punt: $\Delta h = 3,5 - 1,0 + 0,55 = 3,05$ m $\rightarrow E_v = 70 \times 9,81 \times 3,05 = 2,1 \cdot 10^3$ J.
- d In het laagste punt is de uitrekking van de trampoline $u = 0,55$ m.

$$\text{Met } E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \text{ volgt: } C = \frac{2 \cdot E_v}{u^2} = \frac{2 \times 2,1 \cdot 10^3}{0,55^2} = 1,4 \cdot 10^4 \text{ N/m.}$$



9.4 BEHOUD VAN ENERGIE

Opgave 45

- a Waar
- b Niet waar: Alleen bij bewegingen waarbij er geen andere krachten werken dan de zwaartekracht blijft de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie gelijk.
- c Niet waar: Alle energie bij bewegingen wordt uiteindelijk omgezet in warmte.
- d Waar
- e Niet waar: Arbeid is de hoeveelheid energie die door een kracht wordt omgezet.
- f Niet waar: De kinetische energie van een voorwerp verandert als er een resulterende kracht op het voorwerp werkt.
- g Waar
- h Niet waar: In een trillend massa-veersysteem worden kinetische energie en veerenergie voortdurend in elkaar omgezet, heen en terug.

Opgave 46

- a Volgens de wet van behoud van energie zou een perpetuum mobile mogelijk moeten zijn of beter gezegd: niet onmogelijk.
- b Op aarde zijn er altijd wrijvingskrachten, waardoor er bewegingsenergie wordt omgezet in warmte.
- c Ja, want op de hoogte waar tv-satellieten draaien (36000 km) is geen lucht. Toch wordt ook een tv satelliet meestal geen perpetuum mobile genoemd. Vaak is het woord perpetuum mobile bedoeld voor een apparaat dat 'het altijd blijft doen', dat wil zeggen dat je er eeuwigdurend energie aan kunt onttrekken. Daarom wordt wel onderscheid gemaakt tussen een perpetuum mobile van de eerste soort (blijft altijd bewegen) en een perpetuum mobile van de tweede soort (blijft het altijd doen ook als je het laat 'werken', dat wil zeggen arbeid laat verrichten).

Opgave 47

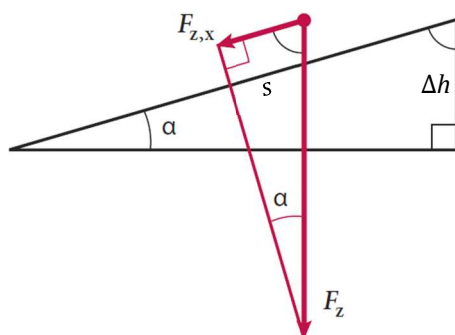
- a De wet van behoud van energie betekent dat de totale hoeveelheid energie van alle onderdelen van het hele systeem gelijk blijft.
- b Niet alle energie is even goed bruikbaar. De (lage temperatuur) warmte waarin nuttige energie uiteindelijk is omgezet is niet meer bruikbaar om er nuttige energie van te maken.

Opgave 48

- a Alleen als er geen wrijving is, wordt bij een beweging omhoog alle kinetische energie omgezet in zwaarte-energie en bij een beweging omlaag gebeurt het omgekeerde. De som van zwaarte-energie en kinetische energie blijft bij een vrije val omhoog of omlaag dus constant. (Op aarde zijn echter maar heel weinig situaties zonder wrijving.)
- b Nee, in een trillend massa-veersysteem neemt de veerenergie voortdurend toe en af. Daardoor is de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie niet constant.
- c Ja, bij de beweging van de aarde rond de zon is de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie constant. Er werkt alleen de aantrekkingskracht van de zon op de aarde in zijn baan om de zon, maar die werkt loodrecht op de bewegingsrichting van de aarde en verricht daardoor geen arbeid.



- d De arbeid van de component van de zwaartekracht is $W = F_{z,x} \cdot s = F_z \cdot \sin(\alpha) \cdot s$. Uit de geometrie van figuur 35 volgt: $\sin(\alpha) = \frac{\Delta h}{s}$. Als we dit invullen in de formule voor de arbeid van de component van de zwaartekracht, krijgen we: $W = F_z \cdot \frac{\Delta h}{s} \cdot s = m \cdot g \cdot \Delta h$ en dat is gelijk aan de afname van de zwaarte-energie ΔE_z . Zie ook de volgende figuur.



Opgave 49

- In het laagste punt is alle kinetische energie die de bal vlak vóór de stuit had omgezet in veerenergie van de ingedrukte bal en in een beetje in warmte.
- De veerkracht van de bal zorgt ervoor dat de bal even later weer wel kinetische energie (en een beetje zwaarte-energie) heeft.
- De snelheid vlak na de stuit is iets kleiner dan de snelheid vlak voor de stuit, dus is er een beetje kinetische energie omgezet in warmte. En de bal komt minder hoog, maar daar kan ook de luchtwrijving nog in meespelen.

Opgave 50

- Bij het afremmen van een auto tot stilstand wordt de kinetische energie van de auto helemaal omgezet in warmte, doordat de remkracht arbeid verricht.
- Bij het remmen geldt: $W_{\text{rem}} = \Delta E_k \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = F_{\text{rem}} \cdot$

Opgave 51

- Tijdens het glijden wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie en warmte.
- De zwaarte-energie bovenaan de glijbaan wordt omgezet in kinetische energie door de zwaartekracht. De ontstane warmte is de omgezette kinetische energie door de arbeid die de wrijvingskracht verricht..

Opgave 52

- Een keeper schiet de bal zelden recht omhoog uit, maar meestal schuin. Als je de luchtweerstand mag verwaarlozen, verandert de horizontale (component van de) snelheid niet gedurende de vlucht, alleen neemt de verticale component af tot nul in het hoogste punt. De kinetische energie van de bal vlak na de trap wordt dus maar voor een deel omgezet in zwaarte-energie op het hoogste punt.
- $E_{k,A} = E_{z,B} + E_{k,B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$
De massa deel je weg: $\frac{1}{2} \cdot v_A^2 = g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot v_B^2$ en in deze vergelijking is de hoogte in het hoogste punt nu de enige onbekende grootheid.

Opgave 53

Eigen antwoord



Opgave 54

- a Bij het remmen wordt kinetische energie van de auto omgezet in warmte door de arbeid van de remkracht:

$$W_{\text{rem}} = \Delta E_k \rightarrow F_{\text{rem}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

b $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 = F_{\text{rem}} \cdot s \rightarrow F_{\text{rem}} = \frac{m \cdot v_{\text{begin}}^2}{2 \cdot s} = \frac{1,2 \cdot 10^3 \times \left(\frac{100}{3,6}\right)^2}{2 \times 60} = 7,7 \cdot 10^3 \text{ N}$

c $m = 1,2 \cdot 10^3 + 0,6 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$, dus $F_{\text{rem}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 \rightarrow s = \frac{m \cdot v_{\text{begin}}^2}{2 \cdot F_{\text{rem}}} = \frac{1,8 \cdot 10^3 \times \left(\frac{100}{3,6}\right)^2}{2 \times 7,7 \cdot 10^3} = 90 \text{ m}$
(Of: m wordt $\frac{1,8}{1,2} = 1,5 \times$ zo groot, dus s ook: $s = 1,5 \times 60 = 90 \text{ m}$).

d $F_{\text{rem}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot F_{\text{rem}} \cdot s}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 7,7 \cdot 10^3 \times 60}{1,8 \cdot 10^3}} = 23 \text{ m/s} = 82 \text{ km/h}$

Opgave 55

- a Door de arbeid wordt chemische energie in zijn spieren omgezet in kinetische energie van de fietser (plus fiets) en in warmte die ontstaat door de wrijvingskracht: $W_{\text{fietser}} = \Delta E_k + W_{\text{wrijving}} \rightarrow W_{\text{fietser}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F_w \cdot s$

b $W_{\text{fietser}} = F_{\text{vw}} \cdot s = 40 \times 20 = 8,0 \cdot 10^2 \text{ J}$

$$W_{\text{fietser}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F_w \cdot s \rightarrow 8,0 \cdot 10^2 = 0,5 \times 90 \times v^2 + 10 \times 20 \rightarrow v = 3,7 \text{ m/s} = 13 \text{ km/h}$$

Opgave 56

Hoogspringers landen met een grote verticale snelheid op het kussen, doordat de zwaarte-energie is omgezet in kinetische energie. Bij het landen op een heel dik zacht kussen is de remafstand groter dan in een zandbak, waardoor de (rem)kracht op de hoogspringer kleiner is.

Opgave 57

- a Punt B is het hoogste punt, dus daar is alle energie omgezet in zwaarte-energie:

$$E_{k,A} + E_{z,A} \rightarrow E_{z,B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B$$

b $m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A \rightarrow g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A \rightarrow h_B = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A}{g} = \frac{0,5 \times 13^2 + 9,81 \times 1,8}{9,81} = 10,4 \text{ m}$

- c Bij de beweging vanaf de maximale hoogte (punt B) naar beneden (punt C) wordt alle zwaarte-energie omgezet in kinetische energie: $E_{z,B} = E_{k,C} \rightarrow m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2$

- d Ook als de bal schuin omhoog wordt gegooid, geldt energiebehoud. En omdat de luchtweerstand wordt verwaarloosd, is de som van kinetische en zwaarte-energie bij het wegwerpen gelijk aan de kinetische energie bij het neerkomen. Dat de snelheid nu ook een horizontale component heeft, zorgt er wel voor dat de verticale component van de snelheid kleiner is en daardoor zal de bal minder hoog komen. De horizontale component van de snelheid zal de hele tijd constant zijn.

Opgave 58

- a $E_{k,\text{boven}} + E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} + E_{z,\text{beneden}}$ waarbij $E_{k,\text{boven}} = 0$ en $E_{z,\text{beneden}} = 0 \rightarrow E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \rightarrow$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

- b Als een steen recht omhoog wordt gegooid, is de luchtweerstand te verwaarlozen ten opzichte van de zwaartekracht. Dan luidt de energievergelijking: $E_{k,\text{beneden}} = E_{z,\text{boven}}$ en dat levert dezelfde formule als bij vraag a op.

Opgave 59

- a Vergelijk de uiterste stand met de evenwichtsstand: $E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \rightarrow$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{beneden}}^2 \rightarrow v_{\text{beneden}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,045} = 0,94 \text{ m/s}$$

- b In de evenwichtstand heeft de kogel de maximale snelheid en die is te berekenen met $v_{\text{beneden}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Dus is de maximale snelheid evenredig met de wortel van de beginhoogte, het is een wortelverband.



Opgave 60

- a De remweg van de pop is de afstand die de pop aflegt tussen het begin van de botsing en het punt waar de pop stil staat. Het is dus de som van de lengte waarover de auto in elkaar kreukelt (de kreukelzone) en de uitrekking van de autogordel: $s = 20 + 15 = 35$ cm.
- b $W = \Delta E_k \rightarrow F_{\text{rem}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow F_{\text{rem}} = \frac{0,5 \cdot m \cdot v^2}{s} = \frac{0,5 \times 80 \times \left(\frac{40}{3,6}\right)^2}{0,35} = 1,4 \cdot 10^4$ N
- c W is hetzelfde, s gaat van 35 naar 52 cm, dan is $F_{\text{rem}} \frac{35}{52} = 0,67 \times$ de oude F_{rem} dus dat is een afname van 33%.

Opgave 61

- a $W = \Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h = 90 \times 9,81 \times 1,5 = 1,32 \cdot 10^3$ J = 1,3 kJ
- b De energievergelijking is hier: $E_{k,A} + E_{z,A} = E_{k,B} + E_{z,B} + W_{\text{wrijving}}$ waarbij $\Delta E_z = E_{z,B} - E_{z,A} \rightarrow$
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \Delta E_z + W_{\text{wrijving}} \rightarrow$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \Delta E_z - W_{\text{wrijving}})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (\frac{1}{2} \times 90 \times \left(\frac{30}{3,6}\right)^2 - 1,32 \cdot 10^3 - 0,80 \cdot 10^3)}{90}} = 4,7 \text{ m/s} = 17 \text{ km/h}$$
- c De zwaarte-energie wordt nu weer omgezet in kinetische energie en wrijvingsarbeid, dus de energievergelijking is nu: $E_{k,B} + E_{z,B} = E_{k,C} + E_{z,C} + W_{\text{wrijving}}$ waarbij $E_{z,B} = \Delta E_z$ en $E_{z,C} = 0 \rightarrow$
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \Delta E_z = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + W_{\text{wrijving}} \rightarrow$

$$v_C = \sqrt{\frac{2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \Delta E_z - W_{\text{wrijving}})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (\frac{1}{2} \times 90 \times 4,7^2 + 1,32 \cdot 10^3 - 0,80 \cdot 10^3)}{90}} = 5,8 \text{ m/s} = 21 \text{ km/h}$$

Opgave 62

- a $\Delta E_k = E_{k,B} - E_{k,A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} \times 0,800 \times 30^2 - \frac{1}{2} \times 0,800 \times 5^2 = 350 = 3,5 \cdot 10^2$ J
- b De speerwerper is in het plaatje ongeveer 2,5 cm lang. In werkelijkheid zal hij ongeveer 1,8 m zijn. De speer legt ongeveer 1,5 cm af, dus dat is in werkelijkheid $1,5 \times \frac{1,8}{2,5} = 1,1$ m.
- c $\Delta E_k = W = F \cdot s \rightarrow 3,5 \cdot 10^2 = F \times 1,1 \rightarrow F = 3,2 \cdot 10^2$ N.
- d Tijdens het 'klimmen' wordt bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie.
- e $E_{k,B} + E_{z,B} = E_{k,C} + E_{z,C} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C \rightarrow$
 $\frac{1}{2} \cdot v_B^2 + g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot v_C^2 + g \cdot h_C \rightarrow$

$$v_C = \sqrt{2 \times (\frac{1}{2} \cdot v_B^2 + g \cdot h_B - g \cdot h_C)} = \sqrt{2 \times (\frac{1}{2} \times 30^2 + 9,81 \times 2,0 - 9,81 \times 18,0)} = 24 \text{ m/s}$$

Opgave 63

- a Bij het wegschieten wordt veerenergie omgezet in kinetische energie (we verwaarlozen voor het gemak even de wrijving): $E_v = E_k \rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 \rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C}{m}} \cdot u$.
 De maximale snelheid is omgekeerd evenredig met de wortel van de massa dus ik verwacht een omgekeerd wortelverband tussen de maximale snelheid en de massa van het steentje.
- b $v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C}{m}} \cdot u$ dus uit dezelfde formule blijkt dat de maximale snelheid evenredig is met de uitrekking. Ik verwacht daarom een evenredig verband tussen de maximale snelheid en de uitrekking van de katapult.
- c $\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 \rightarrow C = m \cdot \left(\frac{v_{\text{max}}}{u}\right)^2 = 0,020 \times \left(\frac{14}{0,28}\right)^2 = 50$ N/kg

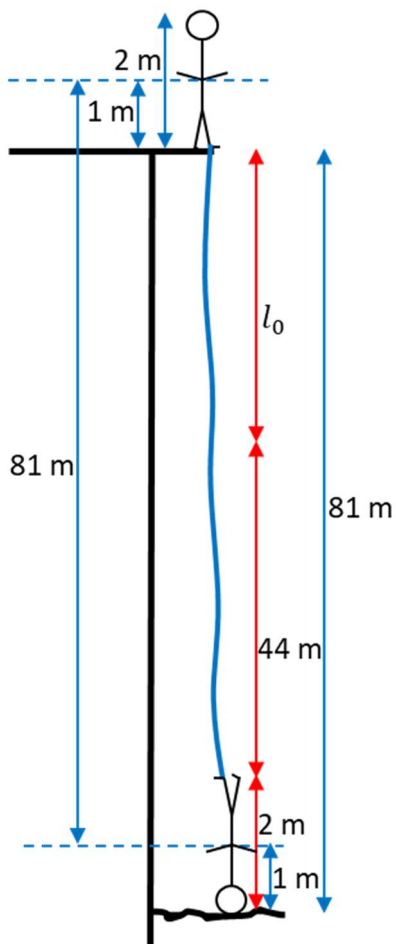


Opgave 64

- a Tijdens de afzet wordt de bewegingsenergie van de horizontale snelheid van de aanloop deels omgezet in veerenergie van de polsstok en die wordt weer omgezet in zwaarte-energie en bewegingsenergie van de verticale snelheid. Een grote aanloopsnelheid en een flexibele polsstok zorgen dus dat je hoger komt. Bovendien kan de polsstokspringer nog verder omhoog in de polsstok 'klimmen'.
- b $\Delta E_z = 70\% \times E_k = 70\% \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,70 \times \frac{1}{2} \times 84 \times 8,0^2 = 1,88 \cdot 10^3 \text{ J} \rightarrow$
 $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow \Delta h = \frac{\Delta E_z}{m \cdot g} = \frac{1,88 \cdot 10^3}{84 \times 9,81} = 2,3 \text{ m}$
 Of: $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow 70\% \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \rightarrow \Delta h = \frac{70\% \times v^2}{2 \cdot g} = \frac{0,70 \times 8,0^2}{2 \times 9,81} = 2,3 \text{ m}$
- c De atleet is in het eerste plaatje ongeveer 2,5 cm lang, dat zal in werkelijkheid ongeveer 2,0 m zijn. Het zwaartepunt van de atleet komt in de foto ongeveer 5 cm omhoog, dus dat is in werkelijkheid ongeveer 4,0 m.
- d Uit de uitkomsten van b en c blijkt dat de atleet $4,0 - 2,3 = 1,7 \text{ m}$ in de polsstok omhoog klimt. (De daarbij verrichte arbeid is gelijk aan de toename van de zwaarte-energie van de atleet: $W = \Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h = 84 \times 9,81 \times 1,7 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ J}$.)

Opgave 65

- a De zwaarte-energie van de bungeejumper aan het begin van de sprong wordt volledig omgezet in veerenergie. Het zwaartepunt daalt 81 m en het koord rekt 44 m uit. De energievergelijking is:
 $E_{z,\text{boven}} = E_{v,\text{beneden}} \rightarrow m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \rightarrow C = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \Delta h}{u^2} = \frac{2 \times 70 \times 9,81 \times 81}{44^2} = 57 \text{ N/m}$.
- b Zie figuur: Voor de sprong bevindt het zwaartepunt van de bungeejumper zich 1 m boven het platform en na de sprong bevindt het zich 1 m boven het wateroppervlak. Het zwaartepunt daalt 81 m dus bevindt het platform zich ook 81 m boven het wateroppervlak. De beginlengte van het koord is: $l_0 = 81 - 44 - 2 = 35 \text{ m}$.





- c De zwaarte-energie van deze springer is kleiner, waardoor de veerenergie in het laagste punt kleiner is en dus is de uitrekking kleiner en zal de springer het water niet raken.
- d $E_{z,boven} = E_{v,beneden} \rightarrow m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \rightarrow m = \frac{C \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot \Delta h}$. Het koord rekt 5 m minder uit dus $u = 44 - 5 = 39$ m en $\Delta h = 81 - 5 = 76$ m. Dit invullen samen met de waardes voor g en C geeft: $m = \frac{57 \times 39^2}{2 \times 9,81 \times 76} = 58$ kg.

9.5 VERMOGEN EN SNELHEID

Opgave 66

- a Niet waar: Het mechanisch vermogen van een automotor is de arbeid die de motor per seconde verricht.
- b Waar
- c Waar
- d Niet waar: Het vermogen tijdens een sprint is groter dan het duurvermogen.
- e Waar
- f Niet waar: Tijdens het optrekken is het vermogen van een automotor gelijk aan de toename van de kinetische energie per seconde plus de wrijvingsarbeid per seconde.

Opgave 67

- a Bij explosieve sporten heb je meer kracht nodig dan bij duursporten.
- b Vermogen is de arbeid per seconde.
- c Duursporters hebben meestal niet zoveel spiervolume, ze zijn vaak nogal dun.

Opgave 68

- a Het mechanisch vermogen is de arbeid die per seconde wordt verricht door een mens of machine.
- b watt = joule per seconde, W is de eenheid van vermogen en J is de eenheid van energie.
- c Bij het elektrisch vermogen (P_{el}) van een stofzuiger gaat het om de gebruikte energie (E_{in}) per seconde, bij het mechanisch vermogen (P_{mech}) van een automotor gaat het om de verrichte arbeid (W) per seconde.

Opgave 69

- a De voorwaartse kracht is gelijk aan de totale tegenwerkende kracht, want de snelheid is constant. Dus is de arbeid die de schaatser per seconde levert (het mechanisch vermogen) gelijk aan de energie die per seconde verdwijnt door de arbeid van de tegenwerkende krachten (de wrijvingsarbeid).
- b Als de snelheid groter is, is de tegenwerkende kracht groter, én wordt per seconde een grotere afstand afgelegd. Hierdoor zal de schaatser een flink groter vermogen moeten leveren.
- c Als de schaatser 'dieper zit', zal de luchtweerstand minder groot zijn doordat de frontale oppervlakte van de 'zittende' schaatser kleiner is.

Opgave 70

- a De snelheid van het vliegwiel is ongeveer constant tijdens een haal, dus is het (gemiddelde) vermogen dat de sporter levert gelijk aan de energie die per seconde 'verdwijnt' door de luchtweerstand.
- b Als de sporter het touw naar zich toetrekt, versnelt het vliegwiel en als de sporter het touw laat vieren vertraagt het vliegwiel. De wisselende snelheid veroorzaakt de fluctuaties in het weergegeven vermogen.
- c De gebruiker levert vol vermogen bij het aantrekken van het touw en geen vermogen als hij het touw laat vieren, dus fluctueert het geleverde vermogen veel meer.



Opgave 71

- a Behalve de trapkracht is ook de snelheid (in m/s) waarmee de trappers ronddraaien nodig om het vermogen te kunnen berekenen.
- b Nee, de arbeid die de sporter per seconde levert is gelijk aan de wrijvingsarbeid als de wielrenner met constante snelheid rijdt.
- c De trapkracht is wel groter dan de tegenwerkende krachten maar de afstand die de trappers per seconde afleggen is veel kleiner dan de afstand die de fiets per seconde aflegt. Daardoor is de arbeid die per seconde wordt geleverd door de trapkracht gelijk aan de arbeid die per seconde door de tegenwerkende krachten in warmte wordt omgezet.

Opgave 72

- a In de 4^{de} versnelling is de kracht op de pedalen het grootst.
- b In de 3^{de} versnelling is het beentempo het grootst.
- c Het mechanisch vermogen blijft gelijk, want de fietssnelheid en de tegenwerkende krachten blijven gelijk.

Opgave 73

- a Het vermogen hangt af van de tegenwerkende kracht(en) en van de snelheid.
- b Als de tegenwerkende kracht groter wordt, wordt de arbeid per seconde evenredig groter. Dus is het vermogen evenredig de tegenwerkende kracht(en).
Als de snelheid groter wordt, wordt in dezelfde tijd een evenredig grotere afstand afgelegd, dus is de arbeid per seconde evenredig groter. En dus is het vermogen evenredig met de snelheid.
- c vermogen = kracht × snelheid

Opgave 74

Eigen antwoord

Opgave 75

- a $P = \frac{W}{t} = \frac{144 \cdot 10^3}{4,00 \times 60} = 600 \text{ W}$
- b $W = F \cdot s \rightarrow F = \frac{W}{s} = \frac{144 \cdot 10^3}{400} = 360 \text{ N}$

Opgave 76

- a $P = F \cdot v = 540 \times \frac{100}{3,6} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ W} = 15 \text{ kW} \rightarrow W = E = P \cdot t = 1,50 \cdot 10^4 \times 1,5 \times 3600 = 8,1 \cdot 10^7 \text{ J}$
 $s = v \cdot t = 100 \times 1,5 = 150 \text{ km} \rightarrow W = F \cdot s = 540 \times 150 \cdot 10^3 = 8,1 \cdot 10^7 \text{ J}$
- b $P = F \cdot v \rightarrow F = \frac{P}{v} = \frac{28 \cdot 10^3}{\left(\frac{130}{3,6}\right)} = 7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$
- c $\Delta E = P \cdot t$ en $\Delta E = E_{k,2} - E_{k,1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 1400 \cdot 25^2 = 4,38 \cdot 10^5 \text{ J} = 438 \text{ kJ}$
 $P = \frac{\Delta E}{t} = \frac{4,38 \cdot 10^5}{5,5} = 8,0 \cdot 10^4 \text{ W} = 80 \text{ kW}$
(Of met: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25}{5,5} = 4,55 \text{ m/s}^2 \rightarrow F = m \cdot a = 1400 \times 4,55 = 6,36 \cdot 10^3 \text{ N} \rightarrow$
 $P = F \cdot v_{\text{gem}} = 6,36 \cdot 10^3 \times \frac{25}{2} = 8,0 \cdot 10^4 \text{ W} = 80 \text{ kW}$)

Opgave 77

- a De zwaartekracht is voor beide kinderen gelijk, want de massa is gelijk. De afstand is ook gelijk, dus is de arbeid gelijk.
- b Het snelste kind levert per seconde meer energie, dus een groter mechanisch vermogen.



Opgave 78

$$m = \rho \cdot V = 0,998 \cdot 10^3 \times 4,4 = 4,4 \cdot 10^3 \text{ kg} \rightarrow W = F_z \cdot s = m \cdot g \cdot h = 4,4 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 1,3 = 5,6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$P_m = \frac{E}{t} = \frac{W}{t} = \frac{5,6 \cdot 10^4}{1,5 \times 3600} = 10,4 \text{ W en } \eta = \frac{P_{\text{nut}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_m}{P_{\text{el}}} \rightarrow P_{\text{el}} = \frac{P_m}{\eta} = \frac{10,4}{0,90} = 12 \text{ W}$$

Opgave 79

$$\text{a } F_z = m \cdot g = 75 \times 9,81 = 736 \text{ N} \rightarrow P_m = F_z \cdot v = 736 \times 1 = 736 \text{ W}$$

$$\text{b } P = F \cdot v = 24 \times \frac{25}{3,6} = 167 \text{ W, dat is } \frac{167}{736} = 0,23 \text{ pk}$$

$$\text{c } P = F \cdot v = 1,2 \cdot 10^3 \times \frac{130}{3,6} = 4,33 \cdot 10^4 \text{ W, dat is } \frac{4,33 \cdot 10^4}{736} = 59 \text{ pk}$$

Opgave 80

a Bij bijna 0 m/s is de luchtweerstand 0, dus is er alleen rolweerstand. Aflezen bij bijna 0 m/s geeft:

$$F_{w, \text{rol}} = 4 \text{ N.}$$

b Bij 2,0 m/s: $F_{vw} = 8 \text{ N}$ en $P_m = F_{vw} \cdot v = 8 \times 2,0 = 16 \text{ W}$.

Bij 4,0 m/s: $F_{vw} = 20 \text{ N}$ en $P_m = F_{vw} \cdot v = 20 \times 4,0 = 80 \text{ W}$.

Bij 6,0 m/s: $F_{vw} = 40 \text{ N}$ en $P_m = F_{vw} \cdot v = 40 \times 6,0 = 2,4 \cdot 10^2 \text{ W}$.

c $P_m = F_{vw} \cdot v = 300 \text{ W}$ dus zoek het punt in figuur 51 waarbij $F_{vw} \cdot v = 300$. Dat is ongeveer bij $v = 6,5 \text{ m/s}$ en $F_{vw} = 46 \text{ N}$ ($6,5 \times 46 = 299$). De snelheid van de fietser is dan $v = 6,5 \times 3,6 = 23 \text{ km/h}$.

Opgave 81

a De tijd is omgekeerd evenredig met de snelheid, dus bij een hogere snelheid duurt dezelfde reis korter. Maar het mechanisch vermogen P is niet alleen evenredig met de snelheid maar ook met de kracht, want bij een grotere snelheid zijn ook de tegenwerkende krachten groter. Het vermogen neemt dus meer dan evenredig toe met de snelheid. Dus heeft Piet geen gelijk.

b De luchtweerstand is ongeveer evenredig met het kwadraat van de snelheid. Dus als de snelheid van 80 km/h naar 160 km/h gaat zal de luchtweerstand vier keer zo groot worden. Bij hoge snelheden is de luchtweerstand veel groter dan de rolweerstand dus de totale tegenwerkende kracht wordt dan ook bijna vier keer zo groot, terwijl de snelheid twee keer zo groot is geworden. Met $P_m = F_{vw} \cdot v$ volgt dan dat het mechanische vermogen veel meer dan twee keer zo groot wordt: wel bijna acht keer zo groot.

$$\text{c } v = \frac{216}{3,6} = 60,0 \text{ m/s} \rightarrow F = \frac{P}{v} = \frac{110 \cdot 10^3}{60,0} = 1,80 \cdot 10^3 \text{ N} = 1,80 \text{ kN}$$

Opgave 82

$$\text{a } v = \frac{s}{t} = \frac{400}{31,0} = 12,9 \text{ m/s, aflezen: } F = 32,0 \text{ N geeft } P = F \cdot v = 32,0 \times 12,9 = 413 = 4,1 \cdot 10^2 \text{ W}$$

$$\text{b Bij een seconde sneller is } v = \frac{s}{t} = \frac{400}{30,0} = 13,3 \text{ m/s, aflezen: } F = 33,5 \text{ N geeft } P = F \cdot v = 33,5 \times 13,3 = 447 \text{ W.}$$

$$\text{Dat is een toename van } \frac{447-413}{413} \times 100\% = 8,2\%$$

$$\text{c } v = \frac{400}{26,0} = 15,4 \text{ m/s, aflezen: } F = 44,5 \text{ N} \rightarrow P = F_{vw} \cdot v = 44,5 \times 15,4 = 684 = 6,8 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Opgave 83

$$\text{a } P = F_{\text{tegen}} \cdot v = 0,21 \times v^2 \times v = 0,21 \times v^3 \rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{P}{0,21}} = \sqrt[3]{\frac{1500}{0,21}} = 19 \text{ m/s} = 69 \text{ km/h}$$

b Bij de tijdrit is de zithouding veel aerodynamischer dan in de sprint, rijdt de wielrenner op een speciale gestroomlijnde fiets en draagt de wielrenner een meer gestroomlijnde helm, waardoor de luchtweerstand kleiner is. (Wielrenners rijden niet op zo'n fiets in een normale etappe vanwege de minder goede stuureigenschappen van een tijdritfiets. In een normale etappe – met vaak veel renners dicht op elkaar – zouden er anders veel valpartijen zijn.)

$$\text{c } P_{\text{mech}} = F_{\text{tegen}} \cdot v = 0,15 \times v^3 = 0,15 \times \left(\frac{48}{3,6}\right)^3 = 3,6 \cdot 10^2 \text{ W}$$



Opgave 84

- a $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h = 82 \times 9,81 \times 1061 = 8,5 \cdot 10^5 \text{ J}$
 b $W_w = F_w \cdot s = 11 \times 13,8 \cdot 10^3 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$
 c De totale arbeid die Kees moet leveren is: $W_{\text{tot}} = \Delta E_z + W_{wT} = 8,5 \cdot 10^5 + 1,5 \cdot 10^5 = 10,0 \cdot 10^5 \text{ J}$.
 $E = P \cdot t \rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{W}{P_{\text{tot}}} = \frac{10,0 \cdot 10^5}{180} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 93 \text{ min}$

Opgave 85

- a $P_m = F_{w,l} \cdot v \rightarrow F_{w,l} = \frac{P_m}{v} = \frac{184}{(35/3,6)} = 18,9 = 19 \text{ N}$
 b De luchtweerstand is evenredig met de snelheid: $F_{w,l} \sim v^2$ ofwel: $F_{w,l} = k \cdot v^2$
 en voor het vermogen geldt: $P_m = F_{w,l} \cdot v$ dus geldt: $P_m = k \cdot v^3$
 c $P_m = k \cdot v^3$ invullen voor de beginsituatie geeft: $k = \frac{P_m}{(v)^3} = \frac{184}{(35/3,6)^3} = 0,20$
 d $P_m = k \cdot v^3 \rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{P_m}{k}} = \sqrt[3]{\frac{300}{0,20}} = 11,4 \text{ m/s} = 41 \text{ km/h}$

9.6 VERDIEPING

Opgave 86

Een basketbal is een holle bol, met dunne wand, dus is volgens figuur 57 $E_{\text{rot}} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot v^2$.

De zwaarte-energie is omgezet in kinetische energie en rotatie-energie:

$$E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} + E_{\text{rot},\text{beneden}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{3} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{6} \cdot m \cdot v^2 + \frac{2}{6} \cdot m \cdot v^2 = \frac{5}{6} \cdot m \cdot v^2.$$

Dus van de zwaarte-energie is $\frac{3}{6} : \frac{5}{6} = \frac{3}{5}$ omgezet in bewegingsenergie, dat is 60%.

Opgave 87

- a Bij een holle bol zit alle massa aan de buitenkant. De massa aan de buitenkant heeft een grotere snelheid dan massa die meer naar het midden toe zit en dus is de rotatie-energie van een bal met alle massa aan de buitenkant groter dan de rotatie-energie van een even snel (met zelfde toerental) roterende massieve bal met dezelfde massa.
 b Ze vallen even snel want de massa's en de afmetingen van de bollen zijn gelijk.
 c De ballen bezitten evenveel zwaarte-energie bovenaan de helling. De massieve bol zal sneller naar beneden rollen, omdat er minder rotatie-energie ontstaat en dus meer (voorwaartse) kinetische energie.

Opgave 88

Oriëntatie:

Gebruik bij deze opgave de gegevens uit figuur 57. Bij een massieve cilinder of bol is de rotatie-energie het kleinst, dus is daarbij het gedeelte van de zwaarte-energie dat wordt omgezet in kinetische energie het grootst.

Uitwerking:

- a De met zand gevulde fles is eerder beneden, want bij een massieve cilinder wordt een kleiner deel van de zwaarte-energie omgezet in rotatie-energie dan bij een holle cilinder. Bij de lege fles gaat er dus een groter gedeelte van de zwaarte-energie in rotatie-energie zitten.
 b Het water in de fles zal niet mee gaan draaien, het zand wel. Bij de fles met water is de rotatie-energie een kleiner deel van de omgezette zwaarte-energie dan bij de fles met zand. De fles met water zal dus meer kinetische energie krijgen en het snelst beneden zijn, daarna de fles met zand en daarna de lege fles.



- c Het water in de fles krijgt geen rotatie-energie, maar heeft wel extra zwaarte-energie die omgezet wordt bij het naar beneden rollen. Stel dat de massa van de fles met water x keer zo groot is als de massa m van de lege fles. Voor het berekenen van de zwaarte-energie en de kinetische energie wordt dan de massa $(x \cdot m)$ gebruikt en voor de berekening van de rotatie-energie alleen de massa m . Dan wordt de energievergelijking voor de fles met water:

$$E_{z,boven} = E_{kin,beneden} + E_{rot,beneden} \rightarrow (x \cdot m) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (x \cdot m) \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ waaruit volgt:}$$

$$x \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot x \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot v^2 \rightarrow 2x \cdot g \cdot h = (x + 1) \cdot v^2 \text{ en dus } v^2 = \frac{2x}{x+1} \cdot g \cdot h$$

$$\text{Voor de (massieve) biljartbal met massa } M \text{ geldt: } E_{z,boven} = E_{kin,beneden} + E_{rot,beneden} \rightarrow$$

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 + \frac{1}{5} \cdot M \cdot v^2 = \frac{7}{10} \cdot M \cdot v^2 \text{ en dus } v^2 = \frac{10}{7} \cdot g \cdot h$$

De snelheid van de fles met water is groter dan de snelheid van de biljartbal als $\frac{2x}{x+1}$ groter is dan $\frac{10}{7}$.

$$\text{Dus als: } 14x > 10x + 10 \rightarrow x > 2,5$$

Conclusie: als de fles met water minstens $2,5 \times$ zo zwaar is als de lege fles, wint de fles met water het van de biljartbal. In dat geval is de volgorde: fles met water – biljartbal – fles met zand – lege fles.

Als de fles met water minder dan $2,5 \times$ zo zwaar is als de lege fles, wint de biljartbal het van de lege fles en is de volgorde: biljartbal – fles met water – fles met zand – lege fles.

Opgave 89

- a Voor een massieve cilinder geldt: $E_{rot} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2$, gebruik dit in: $E_{z,boven} = E_{k,beneden} + E_{rot,beneden} \rightarrow$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow g \cdot h = \frac{3}{4} \cdot v^2 \rightarrow v = 2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot h}{3}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \times 0,75}{3}} = 3,13 = 3,1 \text{ m/s}$$

- b $v_{gem} = \frac{v_{eind}}{2} = \frac{3,13}{2} = 1,57 = 1,6 \text{ m/s}$

Voor een holle cilinder geldt: $E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ dus dan is de energievergelijking:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow g \cdot h = v^2 \rightarrow v = \sqrt{g \cdot h} = \sqrt{9,81 \times 0,75} = 2,71 \text{ m/s}$$

$$\text{en } v_{gem} = \frac{2,71}{2} = 1,4 \text{ m/s.}$$

- c De tijd die de cilinder erover doet is te berekenen met $s = v_{gem} \cdot t \rightarrow t = \frac{s}{v_{gem}}$.

Voor de massieve cilinder is de tijd: $t = \frac{2,50}{1,57} = 1,6 \text{ s}$ en voor holle cilinder is dat $t = \frac{2,50}{1,36} = 1,8 \text{ s}$. De holle cilinder doet er $0,2 \text{ s}$ langer over.

Opgave 90

- a $E_{rot} = 50 \text{ MJ}$ en voor een massieve cilinder geldt: $E_{rot} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot E_{rot}}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times 50 \cdot 10^6}{400}} = 707 = 7,1 \cdot 10^2 \text{ m/s (de voorwaartse snelheid is ook de snelheid van de buitenkant van de cilinder)}$$

- b Voor de baansnelheid geldt: $v = \frac{\pi \cdot d}{T} = \pi \cdot d \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\pi \cdot d} = \frac{707}{\pi \times 0,50} = 450 = 4,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

- c Als je bij het afremmen de kinetische energie overdraagt aan het vliegwiel, kun je bij het optrekken de rotatie-energie van het vliegwiel weer gebruiken. Hierdoor bespaar je vooral in de stad energie.

- d Een vliegwiel neemt veel ruimte in en is zwaar. Door de extra massa die de auto meeneemt, zal de tegenwerkende kracht groter zijn, waardoor het brandstofverbruik juist toeneemt. Op grotere afstand, waarbij weinig geremd wordt, is dus geen winst te behalen. Alleen bij veelvuldig afremmen en optrekken zal een vliegwiel nuttig kunnen zijn.

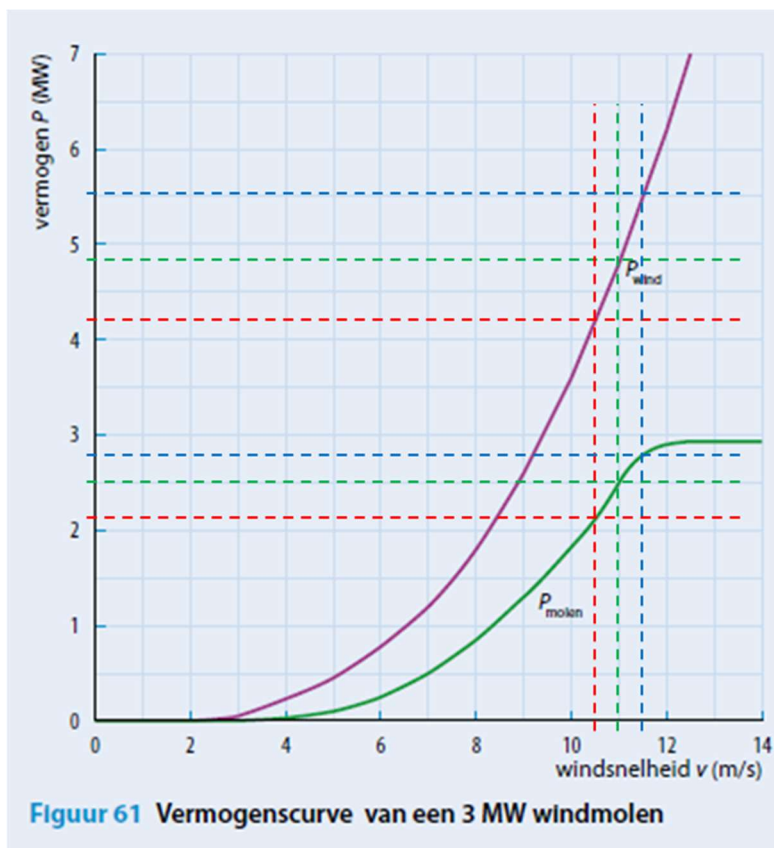
Opgave 91

Als de molen in beweging is gebracht, heeft de molen met de kinderen een bepaalde hoeveelheid rotatie-energie. Als de kinderen naar het midden toe bewegen, komen ze op plaatsen van de draaischijf met een kleinere snelheid. Daardoor worden de kinderen afgeremd maar de draaischijf wordt versneld, want de totale rotatie-energie blijft constant.



Opgave 92

- a De oppervlakte van een cirkel is te berekenen met $A = \pi \cdot r^2$ en $r = \frac{d}{2} = \frac{90}{2} = 45 \text{ m} \rightarrow$
 $A = \pi \times 45^2 = 6,4 \cdot 10^3 \text{ m}^2$
- b Bij een snelheid van 12 m/s stroomt er per seconde door de rotor: $V = A \cdot v = 6,4 \cdot 10^3 \times 12 = 7,6 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ lucht.
De massa daarvan is $m = \rho \cdot V = 1,2 \times 7,6 \cdot 10^4 = 9,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$.
- c Een deel van de bewegingsenergie van de lucht wordt overgedragen aan de rotor, waardoor de lucht die tegen een rotorblad botst afgeremd wordt. Dus zal de lucht voor de molen opgestuwd worden waardoor een deel van de lucht langs de molen stroomt en niet door het rotorvlak gaat.
- d Aflezen in figuur 61: bij een windsnelheid van 12 m/s is $P_{\text{molen}} = 2,9 \text{ W}$ en $P_{\text{wind}} = 6,2 \text{ W}$ dus dan is het rendement: $\eta = \frac{P_{\text{molen}}}{P_{\text{wind}}} = \frac{2,9}{6,2} \times 100\% = 47\%$
- e Bepaal het rendement bij een aantal snelheden rondom 11 m/s (zie figuur):



Bij 10,5 m/s: $\eta = \frac{P_{\text{molen}}}{P_{\text{wind}}} = \frac{2,1}{4,2} \times 100\% = 50\%$

Bij 11,0 m/s: $\eta = \frac{P_{\text{molen}}}{P_{\text{wind}}} = \frac{2,5}{4,7} \times 100\% = 53\%$

Bij 11,5 m/s: $\eta = \frac{P_{\text{molen}}}{P_{\text{wind}}} = \frac{2,9}{5,5} \times 100\% = 51\%$

Bij 11 m/s is het rendement van de molen maximaal.

Opgave 93

Door de gekozen richting van de opstelling in rijen staan de turbines bij deze windrichting in de afvoerende luchtstroom van de turbines die daarvoor staan. De windsnelheid na een turbine is lager en bovendien nogal turbulent en daardoor niet gunstig als aanvoerende luchtstroom voor de zich erachter bevindende turbine.



9.7 AFSLUITING

Opgave 94

Eigen antwoord

Opgave 95

- a Verschillende soorten krachten zijn: zwaartekracht, veerkracht, schuifwrijving, rolweerstand, luchtweerstand, spankracht, normaalkracht en gewicht.
- b Arbeid W in joule (J) of newton-meter (N·m), energie E in joule (J) en vermogen P in watt (W).
- c Het verband tussen arbeid W en kracht is: $W = F \cdot s$, arbeid = kracht $\times$ afstand waarover de kracht arbeid verricht.
- d Het verband tussen mechanisch P_m vermogen en kracht is: $P_m = F \cdot v$, vermogen = kracht $\times$ snelheid.
- e Energiesoorten zijn: kinetische energie (of bewegings)energie, chemische energie, warmte, zwaarte-energie en elektrische energie.
- f Als de snelheid constant is, kun je het geleverde mechanisch vermogen berekenen met behulp van de tegenwerkende krachten, want dan is de voorwaartse kracht gelijk aan de totale tegenwerkende kracht.
- g Wrijvingsarbeid is de omzetting van bewegingsenergie in warmte door wrijvingskrachten.
- h Bij een willekeurige gegeven hoek α tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing gebruik je de component van de kracht in de richting van de verplaatsing om de arbeid te berekenen: $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$.
- i De arbeid is negatief als de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing tegengesteld zijn.
- j Als de kracht gedurende de verplaatsing niet constant is, kun je de arbeid bepalen uit het diagram van de kracht tegen de verplaatsing. De arbeid is dan de oppervlakte onder de grafiek.
- k Het brandstofverbruik van een auto wordt bepaald door de verbrandingswarmte van de brandstof, het rendement van de motor en de grootte van de totale tegenwerkende kracht.
- l Brandstofverbruik wordt aangegeven in liter per 100 kilometer (L/100 km).
- m Verbrandingswarmte van een vloeistof of gas wordt uitgedrukt in J/m³, verbrandingswarmte van een vaste stof wordt uitgedrukt in J/kg.
- n Bij remmen en botsen wordt bewegingsenergie omgezet in warmte door wrijvingsarbeid door de remkracht(en): $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{\text{rem}} \cdot s$. De afremmende kracht en de afgelegde afstand tot stilstand zijn omgekeerd evenredig, bij dezelfde beginsnelheid.
- o Het rendement (η) van een energieomzetting geeft aan welk gedeelte van de totale omgezette energie (bijvoorbeeld chemische energie) wordt omgezet in nuttige energie (bijvoorbeeld arbeid): $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$ of $\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$.
- p Bij constante snelheid is het mechanisch vermogen te berekenen met de tegenwerkende kracht en de snelheid: $P_m = F_{\text{tegen}} \cdot v$.

Opgave 96

- a $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 0,11 \times 0,30 \times 1,09 \times v^2 = 0,018 \cdot v^2$ dus
 $P_m = F_{\text{tegen}} \cdot v = (F_{w,r} + F_{w,l}) \cdot v = (3,1 + 0,018 \cdot v^2) \cdot v$
 Snelheidsrecord: $133,28 \text{ km/h} = 37,022 \text{ m/s} \rightarrow P_m = (3,1 + 0,018 \times 37,022^2) \times 37,022 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ W}$
 Uurrecord: $v = 90,60 \text{ km/h} = 25,167 \text{ m/s} \rightarrow P_m = (3,1 + 0,018 \times 25,167^2) \times 25,167 = 3,6 \cdot 10^2 \text{ W}$.
- b Zonder rolweerstand is de vergelijking voor het vermogen: $P_m = (0,018 \cdot v^2) \cdot v = 0,018 \cdot v^3 \rightarrow$

$$v = \sqrt[3]{\frac{P_m}{0,018}} = \sqrt[3]{\frac{300}{0,018}} = 25,5 \text{ m/s} = 92 \text{ km/h}$$
- c $P_m = (3,1 + 0,018 \cdot v^2) \cdot v \rightarrow 300 = (3,1 + 0,018 \cdot v^2) \cdot v$
- d Vul 2 functies in in de GR: $y = 300$ en $y = (3,1 + 0,018 \cdot x^2) \cdot x$ en bepaal het snijpunt: $v = 23,3 \text{ m/s} = 84 \text{ km/h}$.



Opgave 97

- a Het vermogen voor de luchtweerstand is 75% van het totaal benodigde vermogen. Door de tegenwind wordt de rijwind 45 km/h, dat is $1,5 \times$ zo groot. De luchtweerstand is evenredig met v^2 , dus die wordt $1,5^2 = 2,25 \times$ zo groot. Het benodigde vermogen voor de luchtweerstand wordt dus $2,25 \times 75\% = 169\%$ (en het vermogen voor de rolweerstand blijft gelijk). Bauke moet dus $169\% - 75\% = 94\%$ extra vermogen leveren om dezelfde snelheid te kunnen blijven rijden.
- b Door de meewind wordt de rijwind 10 km/h, dat is $3 \times$ zo klein. De luchtweerstand wordt $3^2 = 9 \times$ zo klein. Het benodigde vermogen voor de luchtweerstand wordt dus $\frac{1}{9} \times 75\% = 8,3\%$ van het vermogen bij 250 W:

$$P_{\text{lucht}} = 0,083 \times 250 = 20,8 \text{ W.}$$

$$\text{Het vermogen voor de rolweerstand blijft gelijk: } P_{\text{rol}} = 0,25 \times 250 = 62,5 \text{ W.}$$

$$\text{Het vermogen dat Bauke levert is dan } P = P_{\text{lucht}} + P_{\text{rol}} = 20,8 + 62,5 = 83 \text{ W.}$$

Opgave 98

- a Als het doek 55 cm doorzakt, is de uitrekking van de veren te berekenen met behulp van de figuur hierna.



De schuine zijde in de figuur is $\sqrt{1,8^2 + 0,55^2} = 1,882 \text{ m}$ dus de uitrekking van de veren is $1,882 - 1,8 = 0,082 \text{ m} = 8 \text{ cm}$

- b Vergelijk de energie van de trampolinespringer in het hoogste punt met de energie in het laagste punt.

De veerenergie van de 72 veren wordt omgezet in zwaarte-energie:

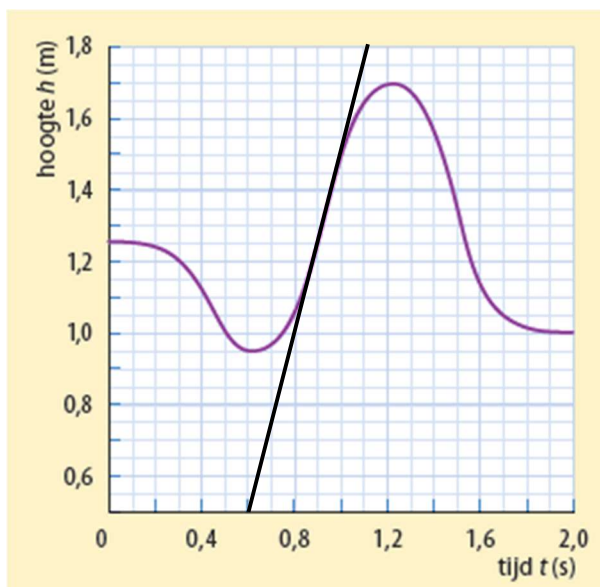
$$E_{z,\text{boven}} = E_{v,\text{beneden}} \text{ met } u = 0,082 \text{ m.} \rightarrow m \cdot g \cdot h = 72 \times \frac{1}{2} \times C \times u^2 \rightarrow$$

$$h = \frac{72 \times \frac{1}{2} \times C \times u^2}{m \cdot g} = \frac{72 \times \frac{1}{2} \times 7,1 \cdot 10^3 \times 0,082^2}{100 \times 9,81} = 1,76 \text{ m}$$

Gerekend vanaf het horizontale doek is de spronghoogte: $1,76 - 0,55 = 1,2 \text{ m.}$

Opgave 99

- a Bepaal de helling van de grafiek op het tijdstip $t = 0,90 \text{ s}$. Teken daarvoor de raaklijn aan de grafiek. (Let erop dat de verticale as onderaan niet gelijkmatig naar 0 terugloopt.) De snelheid is de helling van de grafiek: $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$. De raaklijn loopt van (0,6; 0,5) naar (1,1; 1,8), dus $v = \frac{1,8 - 0,5}{1,1 - 0,6} = 2,6 \text{ m/s}$. En: $E_k = \frac{1}{2} \times 76 \times 2,6^2 = 2,6 \cdot 10^2 \text{ J}$.





- b De arbeid die de springer verricht tijdens de afzet is de toename van de zwaarte-energie ($m \cdot g \cdot h$) plus de toename van de kinetische energie (bij a berekend).

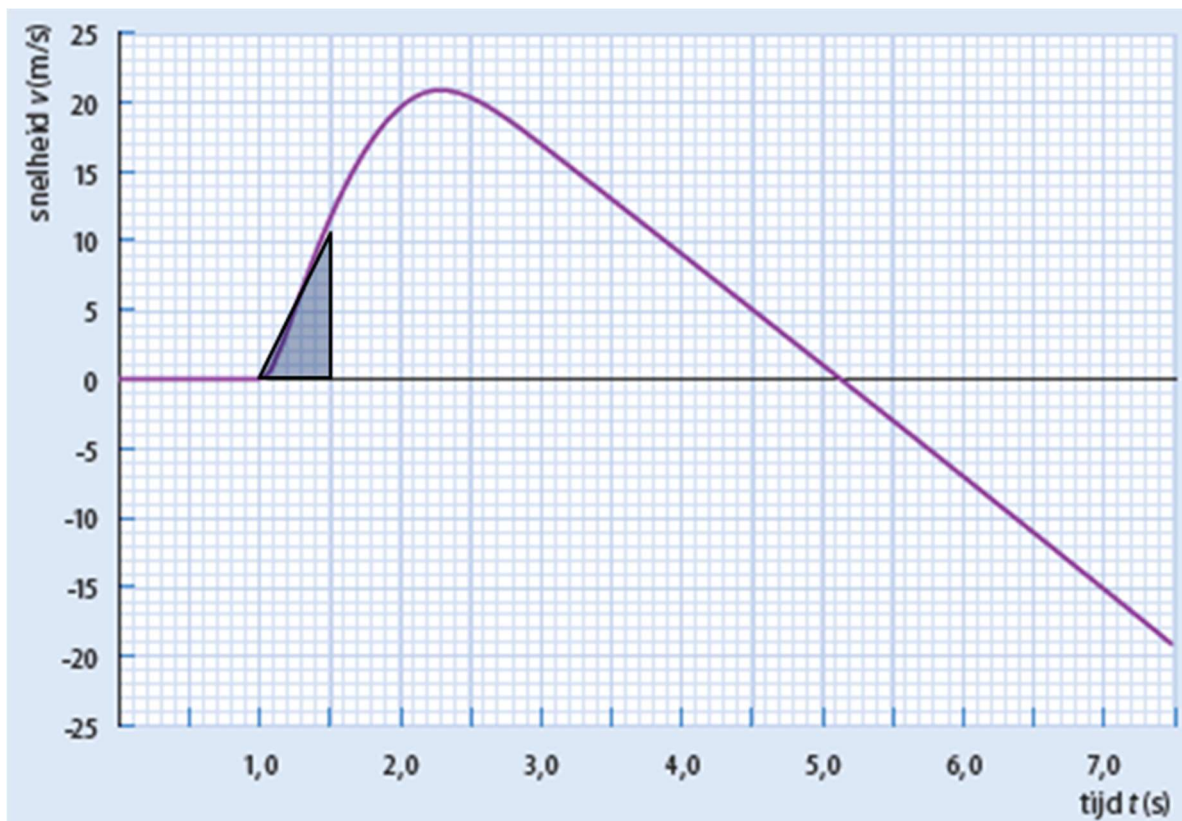
Het zwaartepunt van de springer verplaatst tijdens de sprong van 0,95 m naar 1,25 m.

$$W = \Delta E_z + \Delta E_k = 76 \times 9,81 \times (1,25 - 0,95) + 2,6 \cdot 10^2 = 4,8 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$\text{De afzet duurt van } 0,60 \text{ s tot } 0,90 \text{ s, dus } \Delta t = 0,30 \text{ s} \rightarrow P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{4,8 \cdot 10^2}{0,30} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Opgave 100

- a Bepaal de snelheid door de grafiek af te lezen op het tijdstip $t = 1,5 \text{ s}$: $v = 12 \text{ m/s}$.
Bepaal voor de hoogte de oppervlakte onder de grafiek van $t = 1,0 \text{ s}$ tot $t = 1,5 \text{ s}$. Teken daarvoor een driehoek zoals in de figuur hierna.



De oppervlakte van de driehoek is $h = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10,5 = 2,6 \text{ m}$.

- b De lancering is gestart op $t = 1,0 \text{ s}$ en op $t = 1,5 \text{ s}$ is de snelheid 12 m/s . De arbeid die verricht wordt om op $3,0 \text{ m}$ hoogte met een snelheid van 12 m/s te gaan is:

$$W = E_z + E_k = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2,0 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 2,6 + \frac{1}{2} \times 2,0 \cdot 10^3 \times 12^2 = 1,95 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

$$\text{Het gemiddelde vermogen is dus: } P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1,95 \cdot 10^5}{0,50} = 3,9 \cdot 10^5 \text{ W.}$$

- c In de grafiek zie je dat vanaf $t = 2,6 \text{ s}$ de snelheid in een rechte lijn daalt met een helling van $-9,81 \text{ m/s/s}$ (de valversnelling), dat geeft aan dat dan alleen nog de zwaartekracht op de Shuttle werkt.
- d De wrijvingskrachten worden verwaarloosd dus $E_z + E_k = \text{constant} \rightarrow$
 $m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$ waarbij A het punt op $2,6 \text{ s}$ voorstelt en B het hoogste punt.
 Vereenvoudig en gebruik dat op het hoogste punt geldt: $v_B = 0 \text{ m/s} \rightarrow$

$$g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot v_A^2 = g \cdot h_B \rightarrow h_B = \frac{g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot v_A^2}{g} = \frac{9,81 \times 2,6 + \frac{1}{2} \times 20^2}{9,81} = 44 \text{ m}$$