



Uitwerkingen opgaven leerboek

6.1 REKENVAARDIGHEDEN

Opgave 1

- a Niet waar: 50% van 250 is 125.
- b Niet waar: Als je van 80% naar 100% moet je vermenigvuldigen met 1,25 of delen door 0,80.
- c Niet waar: Een afname van 80% betekent vermenigvuldigen met 0,20 of delen door 5.
- d Niet waar: Als de broek 50% is afgeprijsd en de prijs is nu € 80, dan was de oude prijs $\frac{€ 80}{0,50} = € 160$.

Opgave 2

- a Van 100% naar 127%, dat geeft $1,27 \times 22 = 28$.
- b De nieuwe prijs is 65%. Terugrekenen naar 100%: $\left(\frac{3,73}{65}\right) \times 100 = € 5,74$.
- c Er komt 100 % bij dus dan heb je 200 %. De vermenigvuldigingsfactor is 2.
- d

	oppervlakte	
water	71%	362 miljoen km ²
land	29 %	$\frac{362}{71} \times 29 = 148$ miljoen km ²

Opgave 3

- a Bij optellen en aftrekken moet je letten op het aantal decimalen.
- b Bij vermenigvuldigen en delen moet je letten op het aantal significante cijfers.
- c

	aantal decimalen	aantal significante cijfers
1.	1	4
2.	1	3
3.	3	2
4.	3	3
- d
 - 1. $141,5 \times 3,48 = 492$ (s)
 - 2. $0,0270 \times 180,00 = 4,86$ (s)
 - 3. $6,7 - 4,12 = 2,6$ (d)
 - 4. $\frac{125 \times 0,18}{4,30} = 5,2$ (s)
 - 5. $141,5 + 3,48 = 145,0$ (d)
 - 6. $0,0270 + 180,00 = 180,03$ (d)
 - 7. $\frac{6,7}{41,2} = 0,16$ (s)
 - 8. $125 \times (0,82 + 8,27) = 125 \times 9,09 = 1,14 \cdot 10^3$ (d en s)



Opgave 4

a

7,2 liter	100 km
$\frac{7,2 \times 750}{100} = 54 \text{ liter}$	750 km

b

€ 1,72	1 liter
€ 15	$\frac{1 \times 15}{1,72} = 8,7 \text{ liter}$

c Reken eerst uit hoeveel liter benzine er voor 1 km nodig is en bereken vervolgens de prijs per km.

7,2 liter	100 km	€ 1,72	1 liter
$\frac{7,2 \times 1}{100} = 0,072 \text{ liter}$	1 km	$\frac{1,72 \times 0,072}{1} = € 0,124$	0,072 liter

Dat is 12,4 eurocent.

d De auto rijdt per jaar 24 000 km, dus:

€ 0,124	1 km
$\frac{0,124 \times 24.000}{1} = € 2.972$	24.000 km

Dat is € 30 · 10².

Opgave 5

a Als je 1,0 m/s loopt, dan is dat 3600 meter in een uur. 3600 m = 3,6 km dus 3,6 km/h.

b Evelien moet linksonder 3,6 km/h invullen.

1,0 m/s	$\frac{1,0 \times 120}{3,6} = 33 \text{ m/s}$
3,6 km/h	120 km/h

c Om van m/s naar km/h te gaan is de vermenigvuldigingsfactor 3,6. Om terug te rekenen naar m/s moet je dus delen door 3,6.



Opgave 6

a

breedte: 4	hoogte: 3
breedte: 48 cm	hoogte: $\frac{48 \times 3}{4} = 36 \text{ cm}$

b

1280 pixels	960 pixels
breedte: 4	hoogte: $\frac{4 \times 960}{1280} = 3$

Ja, dat is dezelfde verhouding.

c

breedte: 16	hoogte: 9
breedte: $\frac{16 \times 1080}{9} = 1920 \text{ pixels}$	hoogte: 180 pixels

Het scherm heeft 1920 pixels in de breedte.

Opgave 7

- a Niet waar: Bij een omgekeerd evenredig verband snijdt de grafiek geen van beide assen, maar nadert ze wel.
- b Niet waar: Bij een omgekeerd evenredig verband is het product van de twee grootheden constant.
- c Niet waar: De formule $\frac{y}{x} = 3$ is hetzelfde als $y = 3 \cdot x$.
- d Niet waar: De grafiek van de formule $y = 3x$ gaat door de oorsprong.
- e Niet waar: Bij een **evenredig** verband is de verhouding van de twee grootheden even groot als het hellingsgetal van de lijn.
- f Niet waar: Bij de grafiek van de formule $p \cdot V = 1200$ is de oppervlakte van de rechthoek tussen de assen en een punt van de grafiek steeds 1200.
- g Waar
- h Niet waar: De grafiek van de formule $A = \frac{36 \times 27}{T}$ snijdt nergens de assen.

Opgave 8

- a Als A vier keer zo groot wordt (van 12 naar 48), wordt B ook vier keer zo groot: $4 \times 3,2 = 12,8$.
- b Achterin het leerboek staat hier als antwoord 101 respectievelijk 14,4. Vanwege de significantieregels wordt hier echter het juiste antwoord gegeven.

A	12	18	48	54	$\frac{27 \times 12}{3,2} = 1,0 \cdot 10^2$
B	3,2	4,8	12,8	$\frac{54 \times 3,2}{12} = 14$	27



Opgave 9

Oriëntatie: zie rekenvoorbeeld 5

Uitwerking:

- a De verhouding tussn uitrekking en massa is constant: $\frac{1,2}{2,0} = \frac{9,0}{15} = 0,60$.

Of: van 2,0 kg naar 15 kg wordt de massa 7,5 keer zo groot, de uitrekking wordt ook 7,5 keer zo groot (van 1,2 m naar 9,0 m)..

b

massa (kg)	uitrekking (m)	uitrekking/massa (m/kg)
2,0	1,2	0,60
8,0	$4 \times 1,2 = 4,8$	0,60
15	9,0	0,60
$10 \times 2,0 = 20$	12	0,60
25	$12,5 \times 1,2 = 15$	0,60

c Zie derde kolom van de tabel.

d $[\text{uitrekking/massa}] = [\text{uitrekking}] / [\text{massa}]$ heeft dus als eenheid: m/kg.

Opgave 10

- a Als x 1,5 keer zo groot wordt (van 12 naar 18), wordt y 1,5 keer zo klein: $\frac{315}{1,5} = 210$.

b Als x 12 is dan is y 315, dus als y 12 is, is x 315. Vanwege de significantie wordt het getal hier $3,2 \cdot 10^2$.

C	12	18	30	45	$3,2 \cdot 10^2$
D	315	210	126	84	12

Opgave 11

a Omgekeerd evenredig: totaal aantal pepernoten = aantal per vriend $\times$ aantal vrienden

b Omgekeerd evenredig: $U = I \cdot R$ en $U = 230 \text{ V}$ (zie ook rekenvoorbeeld 7).

c Evenredig: $P = U \cdot I = 230 \cdot I$ dus $\frac{P}{I} = 230$.

d Omgekeerd evenredig: $F = m \cdot a$, als F twee keer zo groot is, is de vertraging a twee keer zo groot en dus de remtijd t twee keer zo klein. De gemiddelde snelheid $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2}$ is in beide gevallen hetzelfde. Dus de remafstand $x_{\text{rem}} = v_{\text{gem}} \cdot t$ is ook twee keer zo klein.

Opgave 12

a Van punt (1, 300) naar (6, 50); x wordt 6 keer zo groot en y 6 keer zo klein.

b Grafiek D, van punt (2, 300) naar (6, 100); x wordt 3 keer zo groot en y 3 keer zo klein.

Opgave 13

a Voor $x = 25$ is $y = 12 \times 25 = 300$. Dit hoort bij het rechterdiagram.

b Hier geldt: $\frac{y}{x} = \frac{112}{25} = 4,5$ dus $y = 4,5 \cdot x$.

c Linkerdiagram: $\frac{y}{x} = 4,5$ en rechterdiagram: $\frac{y}{x} = 12$.



Opgave 14

- a De grafiek is een rechte lijn die door de oorsprong gaat, dus is er sprake van een evenredig verband.
- b Van punt (76, 2000) naar punt (120, 3150); m wordt 1,6 keer zo groot en F_{trap} wordt ook 1,6 keer zo groot.
- c Neem bijvoorbeeld punt (120, 3150): $\frac{3150}{120} = 26 \text{ N/kg}$.
- d $\frac{F_{\text{trap}}}{m} = 26$, dus bij 150 kg is de trapkracht $26 \times 150 = 3,9 \text{ kN}$.

Opgave 15

Oriëntatie: zie rekenvoorbeeld 6.

Uitwerking:

- a Als je twee keer zo snel fietst, doe je er maar de helft van de tijd over.
- b Als de tijd 1,5 keer zo klein wordt (van 30,0 naar 20,0), wordt de snelheid 1,5 keer zo groot (van 24,0 naar 36,0).
- c $\frac{30}{27,5} = 1,091$, dus $v = 24 \times 1,091 = 26,2 \text{ km/h}$.
- d Bij een omgekeerd evenredig verband is het product constant: $30,0 \times 24,0 = 720$ en $25,0 \times 28,8 = 720$. Dus de formule is: $v \cdot t = 720$ maar hier komen de eenheden niet met elkaar overeen want v is in km/h en t in min. Met v in km/min en t in min wordt het: $v \cdot t = \frac{720}{60} = 12$ dus $v = \frac{12}{t}$.
- $[v \cdot t] = \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot \text{min} = \text{km}$ dus de constante is de afgelegde weg in km.

Opgave 16

- a $\frac{92 \cdot 10^3 \text{ L}}{240 \text{ L/h}} = 3,8 \cdot 10^2 \text{ h}$
- b $\frac{92 \cdot 10^3 \text{ L}}{48 \text{ h}} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ L/h}$
- c $P \cdot t = 92 \cdot 10^3$
- d $t = \frac{92 \cdot 10^3}{P} = \frac{92 \cdot 10^3}{150} = 6,1 \cdot 10^2 \text{ h}$

Opgave 17

- a $v = c \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{c} = \frac{13,5}{0,27} = 50 \text{ Hz}$
- b $v = c \cdot f = 0,27 \times 40 = 11 \text{ m/s}$
- c $v = c \cdot f \rightarrow$ Als c groter is en f gelijk is, dan zal de snelheid v (van de tuimelaar) groter zijn.
- d Invullen: $v = 15 \text{ m/s}$ en $f = 0,8 \text{ Hz}$ in $v = c \cdot f \rightarrow c = \frac{v}{f} = \frac{15}{0,8} = 19$.
- Dit geeft: $v = 19 \cdot f$.

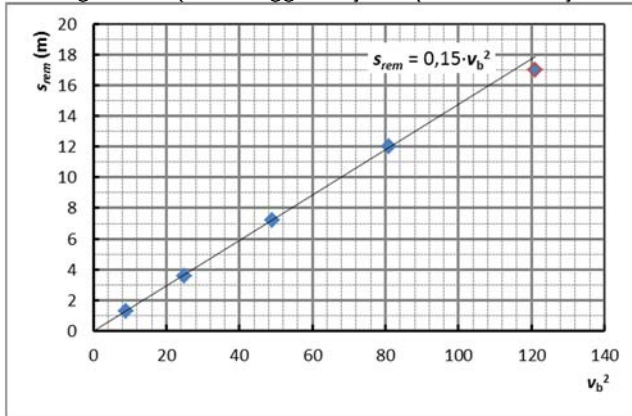
Opgave 18

- a Als s_{rem} evenredig is met v_b dan geldt dat $\frac{s_{\text{rem}}}{v_b} = \text{constant}$: $\frac{1,3}{3,0} = 0,43$ en $\frac{12}{9,0} = 1,3$. Deze zijn op geen stukken na gelijk aan elkaar, dus is het geen evenredig verband.
- b Zie tabel.

$v_b \text{ (m/s)}$	$s_{\text{rem}} \text{ (m)}$	v_b^2
3,0	1,3	9,0
5,0	3,6	25
7,0	7,2	49
9,0	12	81
11,0	17	121



- c Als v_b drie keer zo groot wordt (van 3,0 naar 9,0 m/s), wordt s_{rem} negen keer zo groot: $9 \times 1,3 = 12$.
- d Zie diagram: de punten liggen vrijwel op een rechte lijn door de oorsprong.



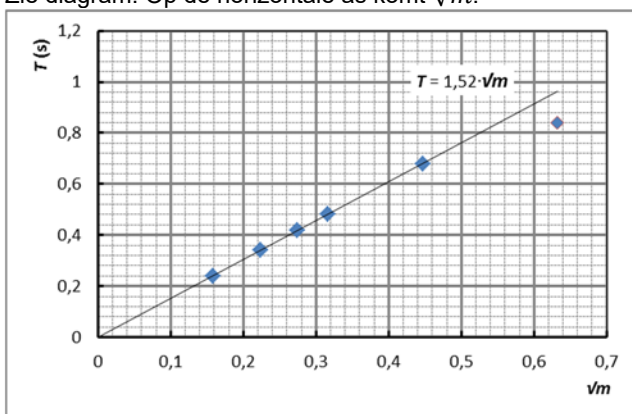
- e $s_{rem} = 0,15 \cdot v_b^2$
- f $s_{rem} = 0,15 \times 12^2 = 22 \text{ m}$
- g $v_b = \sqrt{\frac{s_{rem}}{0,15}} = \sqrt{\frac{48}{0,15}} = 18 \text{ m/s}$

Opgave 19

- a Als m 4 keer zo groot wordt (van 0,025 naar 0,100), wordt T niet 4 keer zo groot maar 2 keer (van 0,24 naar 0,48).
- b Zie tabel.

m (kg)	$\sqrt{m}$	T (s)
0,025	0,158	0,24
0,050	0,224	0,34
0,075	0,274	0,42
0,100	0,316	0,48
0,200	0,447	0,68
0,400	0,632	0,84

- c Als T twee keer zo groot is, dan is $\sqrt{m}$ ook twee keer zo groot: $\frac{0,48}{0,24} = \frac{0,316}{0,158} = 2,0$.
- d Zie diagram. Op de horizontale as komt $\sqrt{m}$.



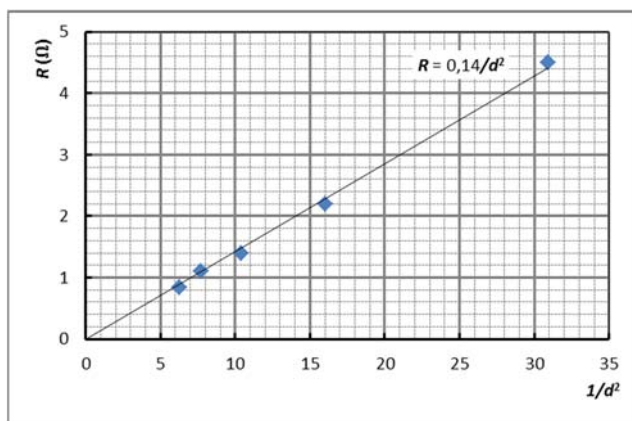


- e $T = 1,52 \cdot \sqrt{m}$
 f $T = 1,52 \cdot \sqrt{0,250} = 0,76 \text{ s}$
 g $m = \left(\frac{T}{1,52}\right)^2 = \left(\frac{0,96}{1,52}\right)^2 = 0,40 \text{ kg}$

Opgave 20

- a Als d twee keer zo groot wordt (van 0,18 naar 0,36 mm), wordt R niet twee keer zo klein, maar $\frac{4,5}{1,1} = 4,1$ keer zo klein.
 b Als d 2 keer zo groot wordt, dan wordt R ongeveer $2^2 = 4$ keer zo klein (zie a).
 c d is dan twee keer zo groot als bij 0,25 mm, waardoor R vier ($= 2^2$) keer zo klein wordt: $\frac{2,2}{4} = 0,55 \Omega$.
 d R is dan 9 keer zo groot als 1,1 Ω . Dan moet d drie ($= \sqrt{9}$) keer zo klein zijn: $\frac{0,36}{3} = 0,12 \text{ mm}$.
 e Zie tabel en diagram. Op de horizontale as komt ($1/d^2$).

$d \text{ (mm)}$	$R \text{ (}\Omega\text{)}$	$1/d^2$
0,18	4,5	30,9
0,25	2,2	16,0
0,31	1,4	10,4
0,36	1,1	7,72
0,40	0,84	6,25



- f $R = \frac{0,14}{d^2}$
 g $d = 0,50 \text{ mm} \rightarrow R = \frac{0,14}{0,50^2} = 0,56 \Omega$
 $R = 9,9 \Omega \rightarrow d = \sqrt{\frac{0,14}{R}} = \sqrt{\frac{0,14}{9,9}} = 0,12 \text{ mm}$



6.2 ONDERZOEKSVAARDIGHEDEN

Opgave 21

- a Waar
- b Niet waar: De hypothese is een (beredeneerde) voorspelling van het antwoord op de onderzoeksvraag.
- c Waar
- d Niet waar: Bij het onderzoeken van een verband tussen twee grootheden zijn minstens vijf à zeven metingen nodig.
- e Niet waar: Bij een evenredig verband liggen de meetpunten ongeveer op een rechte lijn door de oorsprong.
- f Waar
- g Waar
- h Niet waar: Een onderzoeksplan bestaat meestal uit inleiding, onderzoeksvraag, hypothese, meetopstelling, beschrijving van de uitvoering met voorbeeldtabellen en diagrammen en een bronnenlijst.

Opgave 22

- a Bij de onderzoeksvraag over de fiets: oorzaak = beginsnelheid, gevolg = remweg.
Bij de onderzoeksvraag over de parachute: oorzaak = oppervlakte van de parachute, gevolg = (constante) daalsnelheid van de parachutist.
Bij de onderzoeksvraag over de gitaarsnaar: oorzaak = spankracht in de snaar, gevolg = toonhoogte.
- b Hoe hangt de stroomsterkte door een weerstand af van de spanning die er over de weerstand staat: oorzaak = spanning, gevolg = stroomsterkte.
- c Vallende steen: hoe hangt de snelheid waarmee de steen de grond raakt af van de beginhoogte van de steen?
Panfluit: wat is het verband tussen de lengte van een buisje van de panfluit en de toonhoogte?
Scooter: wat is het verband tussen de remweg van de scooter en de snelheid die de scooter vlak voor het remmen heeft?
Zweefmolen: Wat is het verband tussen het toerental van de zweefmolen en de hoogte waarop de stoeltjes zweven?

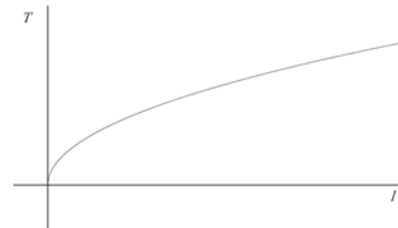
Opgave 23

- a Het meetbereik hoort bij de oorzaak, dat kies je. En het meetbereik van de grootheid die het gevolg is, wordt daardoor bepaald. Maar je moet wel vooraf nagaan of het bijbehorende meetbereik van de gevolg-grootheid ook realistisch is: kun je die metingen ook echt (nauwkeurig genoeg) doen met de meetapparatuur en de omstandigheden die je ter beschikking hebt? *Voorbeeld:* Welke relatie is er tussen de doorbuiging van een lange plank over een sloot en het aantal mensen dat er op staat?
- b Om na te kunnen gaan welke vorm de grafiek door de meetpunten heeft, is een groot meetbereik nodig.
- c Leerling A heeft wat meer metingen dichtbij de lamp gekozen. Zijn hypothese zal zijn dat de lichtintensiteit in de buurt van de lamp sneller verandert dan verder weg van de lamp. Leerling A verwacht zoiets als een omgekeerd kwadratisch verband. Leerling B heeft de metingen gelijk verdeeld tussen 40 en 120 cm. Zijn hypothese zal zijn dat de intensiteit verder van de lamp net zo snel verandert als dichtbij de lamp. Leerling B verwacht kennelijk een soort lineair verband. Of leerling B heeft nog geen idee en doet deze serie metingen als proef om daaruit af te leiden welk meetbereik hij/zij het beste kan kiezen.
- d Bij de leerling A: 120 cm om het bereik nog wat groter te maken.
Bij de tweede leerling B: 20 cm om ook dichtbij de lamp te meten.
- e Als ze de metingen herhalen, vergroten ze de betrouwbaarheid van de metingen.

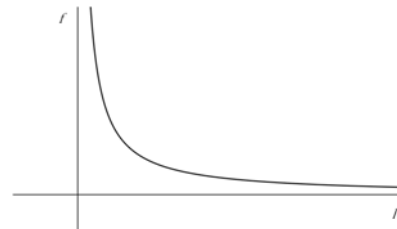


Opgave 24

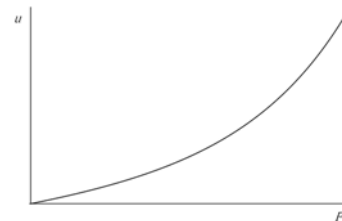
- a Een hypothese is een van tevoren beredeneerde voorspelling of verwachting van de uitkomst van het onderzoek. Deze is gebaseerd op een stuk(je) theorie.
- b Bij het onderzoeken van een verband tussen twee grootheden kun je die twee grootheden tegen elkaar uitzetten in een diagram. De hypothese is dan de schets van de vorm van de grafiek.
- c 1 Schommel: Als de schommel langer wordt, zal de slingertijd toenemen, maar minder dan evenredig. Een wortelfunctie wellicht, want de schommels in het circus zijn. misschien wel 10 keer zo lang als de schommel in het speeltuintje om de hoek. Toch duurt een zwaai heen en terug in het circus minder dan 10 keer zo lang.



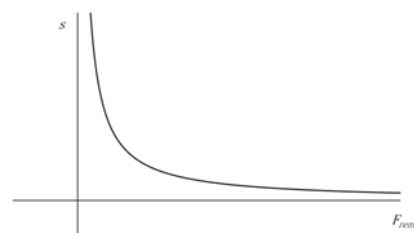
- 2 Toon van een buisje: Als het buisje langer wordt, wordt de toon lager en de frequentie dus kleiner. En omgekeerd: een korter buisje geeft een hoger geluid. Hoe langer hoe lager en hoe korter hoe hoger. De relatie zou een omgekeerd evenredig verband kunnen zijn.



- 3 Elastiekje: Bij kleine uitrekking zal een twee keer zo grote kracht een twee keer zo grote uitrekking geven, een evenredig verband dus. Als het elastiekje erg ver wordt uitgerekt, wordt het steeds slapper en rekt het meer dan evenredig uit met de kracht.



- 4 Auto: Als de remkracht twee keer zo groot wordt, wordt de remvertraging 2 keer zo groot, dus de remweg twee keer zo kort. Een omgekeerd evenredig verband.



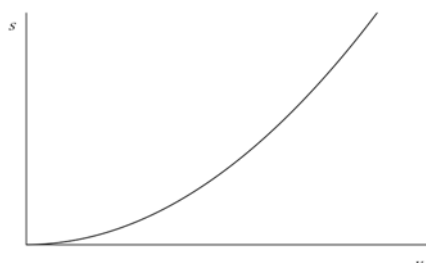
Opgave 25

- a Wat is het verband tussen de snelheid van de fietser en de remweg.
- b Bij een twee keer zo grote beginsnelheid is ook de gemiddelde snelheid twee keer zo groot en wordt er een twee keer zo grote afstand afgelegd in elke seconde. De vertraging blijft hetzelfde en de remtijd wordt dus twee keer zo groot. Uiteindelijk zal de remweg dan vier keer zo groot zijn. Dat is een kwadratisch verband.
- c De remkracht en de massa moeten bij de metingen constant blijven.
- d Door dezelfde meting twee of drie keer te herhalen wordt de meting bij die snelheid nauwkeuriger.



- e De betrouwbaarheid van het onderzoek kun je verbeteren door een groot aantal (herhaal)metingen te doen over een groot meetbereik.

f



Opgave 26

- a Door het schrijven van een onderzoeksplan bedenkt je vooraf waar je bij de uitvoering allemaal op moet letten. Het onderzoek zelf zal hierdoor vlotter verlopen en je loopt minder risico dat je iets vergeet in te stellen, te meten of waar te nemen.
- b Een onderzoeksplan bestaat uit inleiding (waarom doen we dit), onderzoeksvraag, hypothese, meetopstelling, uitvoering, verwerking en bronvermelding.
- c Als je het verband tussen twee grootheden onderzoekt, kun je de juistheid van de hypothese toetsen door berekeningen in een tabel of door een 'rechtlijn-controle' in een diagram.

Opgave 27

- a Waar
- b Waar
- c Niet waar: De tabelmethode kun je gebruiken bij een evenredig verband en bij een omgekeerd evenredig verband.
- d Niet waar: Bij een functiefit moeten de meetpunten ongeveer op de lijn liggen.

Opgave 28

- a De grafiek van een evenredig verband is een rechte lijn door de oorsprong.
- b In het diagram van een evenredig verband is de evenredigheidsconstante gelijk aan het hellingsgetal (of de steilheid) van de grafiek.
- c Als je naar de grafiek van de metingen kijkt, kun je een vermoeden krijgen dat het een machtsfunctie is. Een functiefit met een programma als Excel, Coach of Loggerpro kan dat vermoeden al dan niet bevestigen.
- d Als je hypothese een kwadratische evenredigheid is, zal de grafiek een holle, stijgende kromme lijn (een halve parabool) zijn.
- e Je kunt dit controleren met getallenvoorbeelden in een tabel of door in een diagram een coördinatentransformatie uit te voeren waarbij je langs de horizontale as niet de grootte zelf maar het kwadraat daarvan uitzet. Als er een rechte grafiek door de oorsprong ontstaat is de kwadratische evenredigheid bevestigd. Je kunt ook een functiefit met een programma als Excel, Coach of Loggerpro uitvoeren waarbij de macht dan 2 moet zijn.
- f Als je hypothese een omgekeerd kwadratische evenredigheid is zal de grafiek een dalende kromme lijn zijn die elke as steeds dichter nadert maar nergens snijdt. De grafiek zal de horizontale as sneller naderen dan de verticale as.
- g Je kunt dit controleren met getallenvoorbeelden in een tabel of door in een diagram een coördinatentransformatie uit te voeren waarbij je langs de horizontale as niet de grootte zelf maar 1 gedeeld door het kwadraat daarvan uitzet. Als er een rechte grafiek door de oorsprong ontstaat, is de omgekeerd kwadratische evenredigheid bevestigd. Je kunt ook een functiefit met een programma als Excel, Coach of Loggerpro uitvoeren waarbij de macht dan -2 moet zijn.

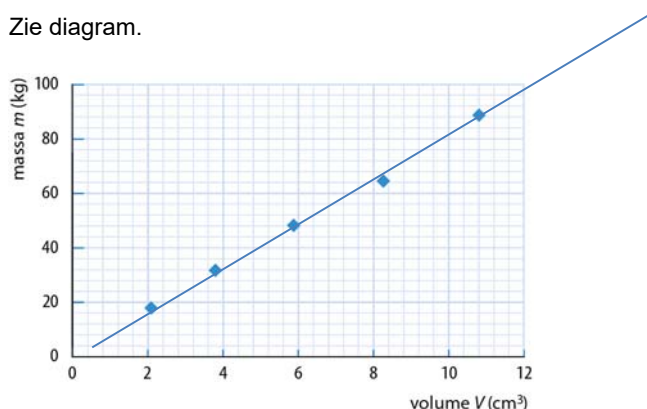


Opgave 29

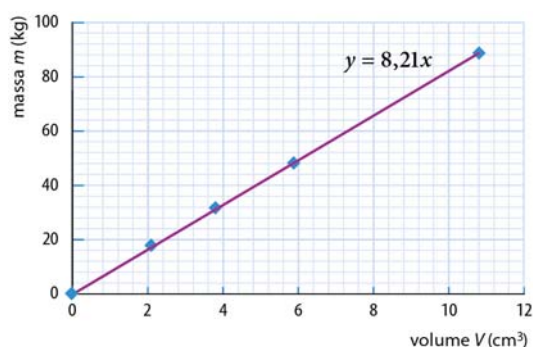
- a Als de voorwerpen van hetzelfde metaal gemaakt zijn, hebben ze allemaal dezelfde dichtheid $\rho = \frac{m}{V}$. Ik verwacht een evenredig verband tussen m en V .
- b Zie tabel.

$V \text{ (cm}^3\text{)}$	$m \text{ (g)}$	$\frac{m}{V}$
2,1	17,4	8,3
5,9	48,3	8,2
3,8	31,8	8,4
8,3	64,4	7,8
10,8	88,5	8,2

- c Zie diagram.



- d In de tabel is te zien dat het vierde voorwerp een duidelijk afwijkende verhouding $\frac{m}{V}$ heeft en dus van een ander soort metaal gemaakt is. In het diagram is het ook te zien maar minder duidelijk.
- e Zie diagram, hierin is nu het vierde punt weggelaten.

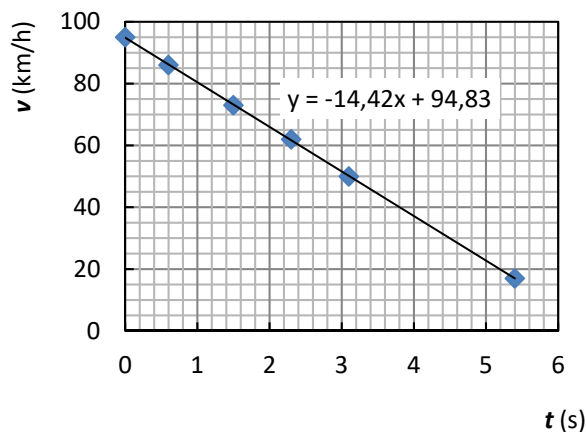


- f Als een voorwerp geen volume heeft, is de massa ook nul. Het punt $(0,0)$ is dus ook een punt van de grafiek.
- g $m = 8,2 \cdot V$
- h Het getal 8,2 is de dichtheid van de stof.
- i Binas, tabel 9: nichroom.



Opgave 30

- a Bij gelijkmatig afremmen zal de snelheid volgens een rechte lijn dalen: een lineair verband.
b Zie grafiek.

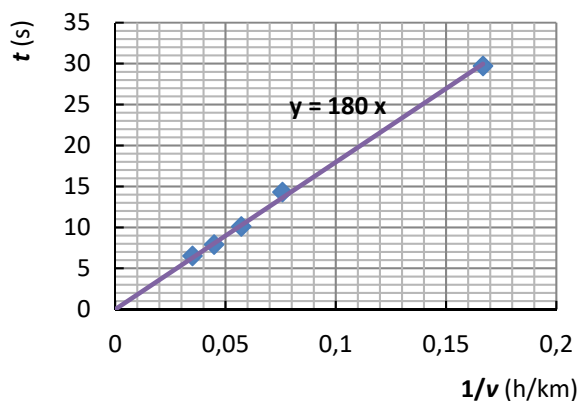


- c Helling: $-14,4$ (km/h)/s.
d Iedere seconde neemt de snelheid af met 14,4 km/h, dat is een vertraging.
e $v = 95 - 14,4 \cdot t$
f Stilstaan als $v = 0 \rightarrow 0 = 95 - 14,4 \cdot t \rightarrow t = \frac{95}{14,4} = 6,6$ s.

Opgave 31

- a De punten liggen langs een dalende kromme lijn. De lijn lijkt symmetrisch t.o.v. de diagonaal. Dit beeld past bij een omgekeerd evenredig verband.
Snelle controle: links boven: $30 \text{ s} \times 6 \text{ km/h} = 180 \text{ km.s/h}$
en ook rechtsonder: $6 \text{ s} \times 30 \text{ km/h} = 180 \text{ km.s/h}$
b Zie tabel.

v (km/h)	t (s)	$v \cdot t$ $(\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \text{s})$	$\frac{1}{v}$ (h/km)
6,0	29,7	178	0,167
13,2	14,3	189	0,0758
17,5	10,1	177	0,0571
22,3	7,90	176	0,0448
28,6	6,50	186	0,0350

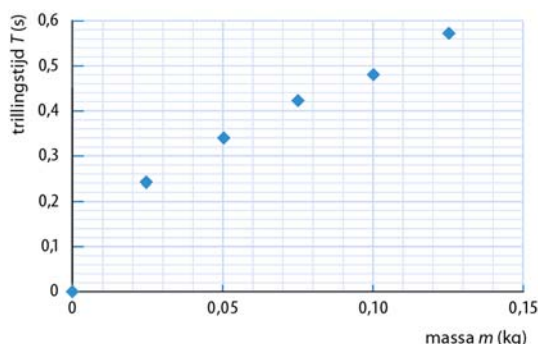


- c De formule is ook te schrijven als $y = \frac{177}{x}$ dus een omgekeerd evenredig verband.
d $t = \frac{177}{v}$
e Zie diagram naast de tabel bij b.
f $t = 180 \cdot \frac{1}{v}$
g De eenheid van de constante in $t = c \cdot \frac{1}{v}$ is de eenheid van $v \cdot t$ en bij 180 hoort dus de eenheid $(\frac{\text{km}}{\text{h}}) \cdot \text{s}$ en geen m. $180 \text{ km/h} = \frac{180}{3,6} = 50 \text{ m/s}$. De constante kan dus omgerekend worden naar $50 (\frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot \text{s} = 50 \text{ m}$.



Opgave 32

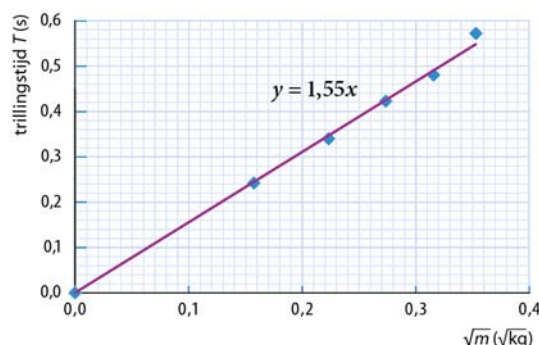
- a Zie diagram. Als de massa heel klein is, zal aan dezelfde veer de trillingstijd ook heel klein zijn, dus de grafiek zal wel door de oorsprong gaan.



- b De punten liggen niet op een rechte lijn, dus is het geen evenredig of lineair verband.
 c De macht is 0,5 dus het is een wortelverband.
 d $T = 1,6 \cdot \sqrt{m}$
 e Om een rechte grafiek te krijgen moet je een diagram maken waarin $\sqrt{m}$ op de horizontale as staat en T op de verticale as.

f

m (kg)	T (s)	$\sqrt{m}$ (kg ^{0,5})
0,025	0,24	0,16
0,050	0,34	0,22
0,075	0,42	0,27
0,100	0,48	0,32
0,125	0,57	0,35



- g Zie grafiek: $T = 1,6 \cdot \sqrt{m}$.

Opgave 33

- a De grafiek is niet symmetrisch in de lijn $y = x$, dus is het geen omgekeerd evenredig verband.
 b Als je twee keer zo ver van de bron af bent, is zowel de lengte als de breedte van het vierkantje twee keer zo groot en dus is de oppervlakte vier keer zo groot. Het geluid wordt dan over een vier keer zo grote oppervlakte uitgespreid zodat de intensiteit vier keer zo klein wordt.
 c $x^{-2,005} \cong x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ dus het verband is te schrijven als $I = \frac{3,2}{r^2}$.
 d Als je in de tabel een derde kolom maakt met daarin $\frac{1}{r^2}$ en een diagram maakt van I tegen $\frac{1}{r^2}$ krijg je een rechte lijn met helling 3,22.

Opgave 34

- a Als de snelheid toeneemt van 17 naar 33 m/s (dat is bijna 2 keer zoveel), wordt de luchtweerstand $\frac{590}{160} = 3,7$ keer zo groot.
 b De grafiek is geen rechte lijn door de oorsprong, dus het is geen evenredig verband.
 c Als de (wind)snelheid nul is, is er geen luchtweerstand, dus (0,0) is ook een punt van de grafiek.
 d $F_{w,l} = 0,58 \cdot v^{2,0}$
 e,f Eigen antwoorden.



6.3 VIDEOMETEN EN MODELLEREN

Opgave 35

- a Niet waar: Bij videometen leg je de positie van een bewegend voorwerp vast, terwijl de video beeldje voor beeldje wordt afgespeeld.
- b Waar
- c Waar
- d Waar

Opgave 36

- a De horizontale en verticale schaalverdeling zijn gelijk, dus je hoeft maar één liniaal in het beeld te leggen.
- b Als de liniaal bijvoorbeeld verder van de camera zou liggen dan de plek van de beweging, lijkt de liniaal in het videobeeld ook kleiner. De schaalverdeling klopt dan niet meer.
- c Als de liniaal in het vlak van de beweging ligt, zal de afstand die het bewegende voorwerp aflegt steeds juist gemeten worden.

Opgave 37

- a Als de camera met het voorwerp mee zou bewegen, zou het voorwerp in het videobeeld stil blijven staan. Je kunt dan geen snelheid meten.
- b Het is moeilijk om zelf de camera een tijd stil te houden. Als de camera in een statief staat, heb je je handen vrij bij de meting.
- c Als de 'kijkrichting' van de camera niet loodrecht op het vlak van de gefilmde beweging staat, komt het bewegende voorwerp naar je toe of beweegt het van je af. Dan zou de schaalverdeling niet meer goed kloppen om dezelfde reden als bij vraag 36b.
- d Om er voor te zorgen dat de afstand van de camera tot het bewegende voorwerp steeds ongeveer constant is, moet deze afstand veel groter zijn dan de verplaatsing van het bewegende voorwerp zelf.

Opgave 38

- a Hoe meer fps, hoe meer beeldjes er in één seconde worden gemaakt. Een high-speed-opname is bedoeld voor snel bewegende voorwerpen. Daarvoor is een groot aantal fps nodig, dus 210 fps hoort bij een high-speed-opname.
- b Het voorwerp zal in minder dan 1 seconde op de grond vallen. Bij een instelling van 10 fps heb je dan maar een paar beeldjes, dat is niet voldoende om de beweging te analyseren.
- c De versnelling bij het afschieten van een vuurpijl zal heel groot zijn. Je zult dus een high-speed-opname moeten maken, bijvoorbeeld 210 fps.
- d Als de opnamesnelheid te hoog is voor een beweging die niet zo snel gaat, moet je in heel veel beeldjes de positie 'vastklikken', terwijl het voorwerp in elk volgend beeldje nauwelijks is verplaatst. Dat is enorm veel werk. Gelukkig is er tegenwoordig ook programmatuur waarbij je in kunt stellen dat er steeds een aantal beeldjes overgeslagen wordt. Wel bevat je film dan veel meer data dan je uiteindelijk nodig hebt. Als de opnamesnelheid te laag is, liggen de posities van het voorwerp te ver uit elkaar en is de beweging niet goed te volgen.
- e De vuurpijl legt in korte tijd een grote afstand af. Om die afstand helemaal in beeld te krijgen zonder dat je met de camera meebeweegt, moet de camera ver genoeg van de vuurpijl af staan.



Opgave 39

- a Waar
- b Niet waar: Met een dynamisch model kun je een (globale) verwachting berekenen van de uitkomst van een proces.
- c Niet waar: De waarde van een formulegrootheid kan tijdens het proces wel veranderen.
- d Waar
- e Waar
- f Waar
- g Niet waar: Bij een kleinere tijdstap werkt het model nauwkeuriger en trager.
- h Niet waar: De volgorde van de rekenregels is bij veel computerprogramma's wel belangrijk. Bij Modellus maakt het niet uit.

Opgave 40

- a Gebruik dat $a = -5 \text{ m/s}^2$.

$t \text{ (s)}$	$v \text{ (m/s)}$	$x \text{ (m)}$
0	20	0
1	15	15
2	10	25
3	5	30
4	0	30

- b Zie tabel.
- c De snelheid in het model is nul geworden na 4 seconden, dat klopt met de werkelijkheid, want $t = \frac{v}{a} = \frac{20}{5} = 4,0 \text{ s}$.
- d $v_{\text{gem}} = 10 \text{ m/s}$ en $t = 4,0 \text{ s}$ geeft $s = v_{\text{gem}} \cdot t = 10 \times 4 = 40 \text{ m}$.
- e Eerst wordt de nieuwe snelheid berekend (15 m/s als $t = 1 \text{ s}$). Dan rekent het model alsof de snelheid gedurende de hele eerste seconde 15 m/s was. In werkelijkheid was de snelheid steeds hoger. Dit is bij de andere tijdstappen ook zo, dus in werkelijkheid is de snelheid steeds groter dan waarmee gerekend wordt door het model.
- f Als de tijdstap bijvoorbeeld 0,1 s is, wordt veel vaker de snelheid berekend. De berekende afstand is nog steeds te klein, maar het verschil met de werkelijke afstand is kleiner. Het antwoord is daardoor nauwkeuriger.
- g $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{oud}} + v}{2}$ met $v_{\text{oud}} = v - a \cdot dt$ geeft $x = x + v_{\text{gem}} \cdot dt$
 $= x + \left(\frac{v_{\text{oud}} + v}{2} \right) \cdot dt = x + \left(\frac{v - a \cdot dt + v}{2} \right) \cdot dt = x + \left(v - \frac{a}{2} \cdot dt \right) \cdot dt$
- h Gebruik weer dat $a = -5 \text{ m/s}^2$.

$t \text{ (s)}$	$v \text{ (m/s)}$	$x \text{ (m)}$	$x \text{ (m)}$
0	20	0	0
1	15	15	17,5
2	10	25	30
3	5	30	37,5
4	0	30	40

Ja, de uitkomst is nu wel exact.

-  i Nu wordt steeds eerst de waarde van x berekend met de oude snelheid en daarna pas de nieuwe snelheid. De gemiddelde snelheid is nu $v_{\text{gem}} = \frac{v + v_{\text{nieuw}}}{2}$ met $v_{\text{nieuw}} = v + a \cdot dt$ geeft $x = x + v_{\text{gem}} \cdot dt$
- $$= x + \left(\frac{v + v_{\text{nieuw}}}{2} \right) \cdot dt = x + \left(\frac{v + v + a \cdot dt}{2} \right) \cdot dt = x + \left(v + \frac{a}{2} \cdot dt \right) \cdot dt$$
- j Gebruik weer dat $a = -5 \text{ m/s}^2$.

$t \text{ (s)}$	$v \text{ (m/s)}$	$x \text{ (m)}$	$x \text{ (m)}$	$x \text{ (m)}$
0	20	0	0	0
1	15	15	17,5	17,5
2	10	25	30	30
3	5	30	37,5	37,5
4	0	30	40	40

Dit levert hetzelfde resultaat, dus ook hier is de uitkomst exact.

Opgave 41

- a De massa en de zwaartekracht zijn constant.
- b De luchtweerstandskracht en de versnelling kun je op elk tijdstip met een formule berekenen.
- c Van de snelheid en de hoogte is alleen de toe- en afname bekend.
- d De versnelling is te berekenen met $a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$ en $F_{\text{res}} = F_z - F_{w,l}$. Door dit te combineren krijg je $a = \frac{F_z - F_{w,l}}{m}$.
- e De versnelling a beschrijft de toename van de snelheid per seconde.
- f $\frac{dv}{dt} = a$ of $v = v + a \cdot dt$
- g Door de snelheid neemt de hoogte af. In dt seconden neemt h af met $v \cdot dt$ meter.
- h $\frac{dh}{dt} = -v$ of $h = h - v \cdot dt$

Opgave 42

- a De startwaarde voor de snelheid is positief.
- b De startwaarde voor de nettokracht is negatief.
- c De luchtweerstand is negatief als de bal omhoog gaat en positief als de bal naar beneden gaat.
- d $F_z = -9,81 \cdot m$
- e Als de snelheid negatief is, geldt de bovenste formule en is de luchtweerstand positief. Is de snelheid positief, dan geldt de onderste formule en is de luchtweerstand negatief.
- f Als de bal op de grond valt, is de grafiek minder steil dan direct na het wegtrappen. De snelheid is bij het neerkomen dus kleiner.



Opgave 43

- a In de horizontale richting werken geen krachten. De horizontale snelheid v_x is dus constant.
- b De verticale snelheid v_y verandert door de zwaartekracht. De verandering is gelijk aan de versnelling. Elke seconde verandert de verticale snelheid met 9,81 m/s.
- c De versnelling is 9,81 m/s² naar beneden, dus is $\frac{dv_y}{dt} = -9,81$.
- d De luchtweerstand is kennelijk te verwaarlozen en de zwaartekracht is constant, dus de versnelling hangt niet af van de massa.
- e **Modellus:** 3. $\frac{dy}{dt} = v_y$ en 4. $\frac{dx}{dt} = v_x$
Coach: 2. $y = y + v_y \cdot dt$ en 3. $x = x + v_x \cdot dt$
- f Startwaarde: $y = 2$.
- g De hoek waaronder de bal wordt weggegooid is 45°, dus is de startwaarde voor v_x en v_y even groot.
- h In de figuur is de bal na ongeveer 2,5 m op de hoogte van de basket, maar de basket hangt 6,25 m ver. De startwaarde voor v_x moet groter worden om de bal verder te laten komen.
- i De startwaarde voor v_y hoeft niet groter te worden om de ring te raken, maar dan wordt het wel een heel plat schot. Als je de startwaarde voor v_y groter maakt, zal de bal hoger komen en ook langer in de lucht zijn en dus verder komen. Dan moet je de startwaarde voor v_x weer kleiner maken om de bal toch door de ring te laten gaan.

Opgave 44

- a Startwaarde: kapitaal = 0 euro.
- b Het rentebedrag (in euro) wordt steeds groter doordat het kapitaal toeneemt, dus zal de groei van het kapitaal steeds groter zijn.
- c $\frac{d \text{kapitaal}}{dt} = \text{inleg} + \text{rente}$ en $\text{kapitaal} = \text{kapitaal} + (\text{inleg} + \text{rente}) \cdot dt$
- d Ja, je kunt de volgorde van regel 1 en 2 omwisselen. Deze regels hebben geen invloed op elkaar.
- e Nee, je kunt de volgorde van regel 2 en 3 niet omwisselen. Om regel 3 te kunnen berekenen, moet je eerst het antwoord van regel 1 en regel 2 hebben.

6.4 TECHNISCH ONTWERPEN

Opgave 45

- a programma van eisen samenstellen – deelsluitwerkingen bedenken – ontwerpvoorstel formuleren – ontwerp testen.
- b In een programma van eisen staan alle voorwaarden die vooraf worden gesteld en waar de ontwerper dus rekening mee moet houden. Het is de afbakening van de opdracht.
- c Een ideeëntabel gebruik je bij het bedenken van deelsluitwerkingen.
- d Bij divergent denken wordt zo breed mogelijk gedacht en niet langs platgetreden paden en bekende wegen, om zo veel mogelijk oplossingen te kunnen verzinnen. Of die oplossingen realiseerbaar zijn, is dan niet aan de orde.
- e Bij convergent denken worden keuzes gemaakt en oplossingen geschrapt. Er wordt naar één oplossing toegewerkt.
- f De volgende stap na het testen van het ontwerp is het evalueren van de testresultaten en het doen van verbetervoorstellen. Je gaat daarna opnieuw de ontwerpcyclus in.



Opgave 46

- a Het probleem is dat je de spaghetti bijna niet op buiging kunt belasten.
- b Maak een brug met een gegeven minimale overspanning die een gegeven minimale last kan dragen.
- c Maak eerst een vakwerkbrug van aan elkaar geplakte enkele spaghettistokjes voor de minimale overspanning en ga na hoeveel deze brug kan dragen. Maak een berekende schatting hoeveel verschillende spaghettistokjes je waar moet toevoegen voor de minimale belasting. Probeer dit uit en bedenk daarna hoe lang en voor welke last je de brug wilt gaan bouwen.
- d Eigen tekeningen.
- e Je kunt onderzoeken hoeveel de buigsterkte en de treksterkte toenemen, als je meerdere spaghettistokjes aan elkaar vastplakt.

Opgave 47

- a Bouw een stoel van alleen lijm en papier waarop een persoon met een normaal gewicht kan zitten. Er is een jury die let op: aantrekkelijke vormgeving (als er niemand op zit), stevigheid bij gaan zitten en opstaan, stevigheid bij wiebelen van de stoelzitter, comfortabel gevoel als je er op zit (zit hij 'lekker'), het totale gewicht van de stoel en afwerking van de stoel.
- b De stoel moet geheel van papier en behanglijm gemaakt zijn. De stoel moet een persoon van 50 kg kunnen dragen.
- c Je kunt meerdere lagen papier op elkaar lijmen en de poten kunnen holle cilinders zijn.
- d Eigen tekeningen.
- e Je kunt een deelonderzoek doen naar de doorbuiging van het zitgedeelte als je meerdere lagen papier gebruikt of naar de stevigheid van verschillende holle poten (vierkante kokers, ronde cilinders, enzovoort).

Opgave 48

- a Een jury van kinderen beoordeelt het product op: aantrekkelijkheid om ermee te gaan spelen, hoe lang je het spelen ermee leuk blijft vinden, variatie van mogelijkheden om ermee te spelen, de mogelijkheden van samen spelen met andere kinderen. En het bestuur doet een duit in de 'centenzak': is het betaalbaar.
- b Het waterspeeltoestel moet veilig zijn en er mag niet te veel water doorheen stromen.
- c Je zou een watergoot kunnen tekenen waar geen scherpe hoeken aan zitten en een waterrad.
- d Je zou een ontwerp van een waterrad kunnen testen; hoe sterk moet de waterstroom zijn om het rad te laten draaien?

Opgave 49

a

Deeltaken	Uitwerkingen		
1 beveiligen deuren	sloten	klemmen	anti-inbraakstrips
2 beveiligen ramen	dievenklauwen	sloten	tralies
3 registreren inbreker	bewegingsalarm	infrarood sensoren	camera's

Eigenschappen	Uitwerkingen		
4 stevig	metaal	hard plastic	dik hout
5 gebruiksvriendelijk	glad en rond	gebruik van hefboomen	elektronisch

- b Door zoveel mogelijk uitwerkingen te bedenken sluit je geen oplossingen uit die op het eerste gezicht minder voor de hand liggen maar misschien juist heel goed zijn.



Opgave 50

- a Bij het vervoer van de bloemen die in een papier zijn gewikkeld, krijgen ze geen water en daardoor verwelken de bloemen sneller.
- b De bloemen moeten tijdens het vervoer voldoende water hebben en er mag geen water uit de bloementasvaas lekken tijdens het vervoer.
- c Als het een goed ontwerp is, zouden anderen dit ontwerp meteen kunnen gebruiken om hetzelfde product te maken. Je verdient dan zelf niks meer aan je idee. Een octrooi beschermt de ontwerper daartegen.

Opgave 51

Eigen antwoorden

Opgave 52

- a Kurkentrekker: de kurk moet met weinig kracht uit de fles getrokken kunnen worden en mag niet breken.
Fietspomp: met de pomp moet je je fietsband binnen enkele minuten kunnen oppompen.
Kunstkerstboom: de boom moet lijken op een echte boom en mag geen naalden verliezen.
Beschuit met inkeping: de beschuit moet makkelijk uit de rol gehaald kunnen worden.
Vuilniscontainer: de container moet goed afsluiten en makkelijk geleegd kunnen worden door de vuilnisauto.
Kinderpleister: de pleister moet er aantrekkelijk uitzien voor kinderen en makkelijk los te halen zijn.
Mobiele telefoon: de telefoon moet klein zijn, makkelijk mee te nemen en overal te gebruiken.
Pizzasnijder: de snijder moet de pizza vlot doorsnijden zonder dat de pizza verschuift.
- b Kurkentrekker: je moet de kurkentrekker met één hand kunnen bedienen.
Fietspomp: de pomp moet ook te gebruiken zijn voor autobanden of ballen.
Kunstkerstboom: de boom moet compact op te bergen zijn en kerstverlichting is er al in aangebracht.
Beschuit met inkeping: de verpakking moet hersluitbaar zijn.
Vuilniscontainer: de container moet makkelijk te reinigen zijn.
Kinderpleister: de pleister moet de wond meteen ontsmetten.
Mobiele telefoon: je moet met de telefoon ook op internet kunnen en mail kunnen lezen.
Pizzasnijder: je moet de pizza met één hand kunnen snijden.