

& GETAL RUIMTE

| B



Noordhoff

Getal & Ruimte

Antwoorden
vwo B deel 3

Twaalfde editie, 2021

Noordhoff
Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J. M. M. van Haren
B. W. van Laarhoven
R. Meijerink
E. Terlaak

Inhoud

9	Exponentiële en logaritmische functies	4
10	Meetkunde met vectoren	11
11	Integraalrekening	20
12	Goniometrische formules	25
K	Voortgezette integraalrekening	30
	Gemengde opgaven	36

9 Exponentiële en logaritmische functies

Voorkennis De logaritme

Bladzijde 9

- 1 a 6 d 0
b -3 e 3
c $1\frac{1}{2}$ f $-1\frac{1}{2}$
- 2 a $x = 243$ d $x = 0$
b $x = 3$ e $x = 3\frac{1}{4}$
c $x = 22$ f $x = \sqrt{3}$

9.1 Rekenregels voor logaritmen

Bladzijde 10

- 1 a *
b *

Bladzijde 11

- 2 $10 + 4 \cdot {}^2\log(5)$
- 3 a ${}^2\log(60)$ d $\frac{1}{2}\log(\frac{5}{27})$
b ${}^3\log(5)$ e ${}^4\log(\frac{1}{3})$
c ${}^5\log(4\frac{1}{2})$ f $\log(2)$
- 4 a ${}^2\log(48)$ d ${}^2\log(3)$
b $\frac{1}{3}\log(\frac{1}{80})$ e ${}^3\log(\frac{4}{27})$
c $\log(20)$ f $\log(\frac{1}{2})$
- 5 a 2 c -3
b -2 d 1

- 6 a $g^{\log(a) - \log(b)} = \frac{g^{\log(a)}}{g^{\log(b)}} = \frac{a}{b} = g^{\log(\frac{a}{b})}$
b $g^{p \cdot \log(a)} = (g^{\log(a)})^p = a^p = g^{\log(a^p)}$

- 7 a ${}^2\log(ab^3)$ d ${}^3\log(\frac{9}{a})$
b ${}^3\log(\frac{a^5}{b^2})$ e ${}^6\log(\frac{1}{6}a)$
c ${}^5\log(25a)$ f ${}^5\log(b^2 \cdot \sqrt{a})$

Bladzijde 12

- 8 a $2 + \log(6)$ d $8 + {}^5\log(4)$
b $3 + {}^2\log(3)$ e $1 + \log(16)$
c $12 + {}^3\log(16)$ f $13 + {}^2\log(25)$
- 9 a $a = -4$
b translatie (0, -4)
- 10 a translatie (0, 5)
b verm. y-as met $\frac{1}{8}$

- 11 $p = 2$ en $q = -\frac{3}{4}$

- 12 $p = 1$ en $q = 1\frac{1}{3}$

- 13 a ${}^2\log(24)$
b $x = 23$

Bladzijde 14

- 14 a $x = \frac{8}{9}$ c $x = \frac{3}{7}$
b $x = 5\frac{1}{3}$ d geen opl.
- 15 a $x = 2$ c $x = 1$
b $x = \frac{6}{7}$ d $x = 1 \vee x = \frac{2}{3}$
- 16 a $x = 25\sqrt{3}$ c $x = 5$
b $x = 8$ d $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{37}$

Bladzijde 15

- 17 $a = 10$ en $b = \sqrt{2}$

- 18 a *
b *

Bladzijde 16

- 19 a *
b $x = 4$

Bladzijde 17

- 20 a $x = 2$ c $x = -1\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{2}$
b $x = 3$ d $x = 5$

- 21 a $x = 2$ c $x = 1$
b $x = 8$ d $x = 0 \vee x = 3$

22 $x = \frac{1}{27} \vee x = 243$

- 23 a $x = \frac{1}{2} \vee x = 8$
b $x = -1 \vee x = 6$
c $x = \sqrt{3} \vee x = 9$
d $x = 5 \vee x = 25$

9.2 Exponentiële en logaritmische formules

Bladzijde 19

- 24 a € 1050
€ 1276,28
b $g = 1,05$
c 27,6%

Bladzijde 21

- 25 a 1,127 d 15,5%
b 0,932 e 142%
c 73,5% f 0,993

- 26 a 57,4%
b 3,8%
c 865%

- 27 a 527%
b 4,5%

- 28 a 0,295
b 0,7%
c -0,18%

Bladzijde 22

- 29 a 5,3%
b 687%
c 1,158

- 30 a *
b $g_{\text{uur}} = \left(\frac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,1438...$
c *
 $N = 1070 \cdot 1,144^t$

- 31 a $N = 74 \cdot 1,424^t$
b $H = 0,90 \cdot 0,922^t$

32 ongeveer 35 mm²

- 33 a 22,7 jaar
b 22,7 jaar

Bladzijde 23

- 34 a 5 jaar en 8 maanden
b 7 weken en 6 dagen

Bladzijde 24

- 35 a 22 jaar
b 89 jaar

- 36 a 2,8%
b 2,4%

- 37 a 8 dagen
b 27 dagen

- 38 a 77,1%
b 12,9%
c $BZV = 300 \cdot 0,845^t$
d 4 dagen en 3 uur
e 20 dagen
f *

Bladzijde 25

- 39 *

Bladzijde 26

- 40 a $t = 3,32 \cdot \log(0,4N)$
b $t = -1,32 + 1,58 \cdot {}^3\log(N)$
c $x = 64 \cdot 3^{1,893y}$

- 41 a $t = -3,10 + 0,5 \cdot {}^3\log(N)$
b $x = 0,33 \cdot {}^2\log(0,15y)$
c $x = 46,42 \cdot 10^{0,33y}$
d $v = 4\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^K$

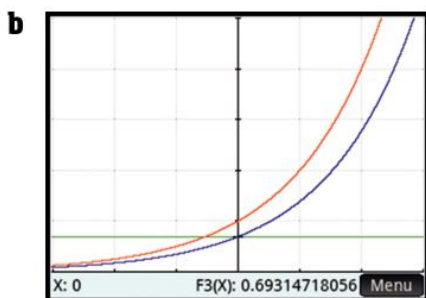
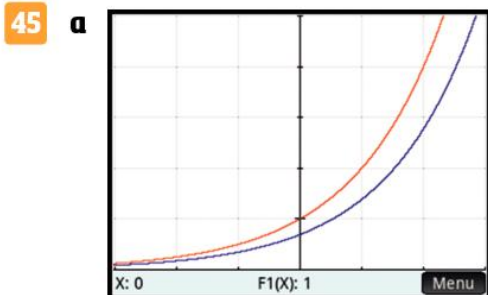
- 42 a $t = \frac{1}{4} + 2 \cdot 10^{1,51N}$
b $N = -1,76 + 2,19 \cdot \log(M)$
c $T = -5 + 0,386 \cdot 1,019^w$
d $q = 14,31 \cdot \log(12,5p)$

- 43 a $S_a((\frac{1}{4})^a, -2a)$
 b $a = -6 \vee a = 6$
 c $g_{-9}^{\text{inv}}(x) = 64 \cdot 2^{\frac{2}{3}x}$

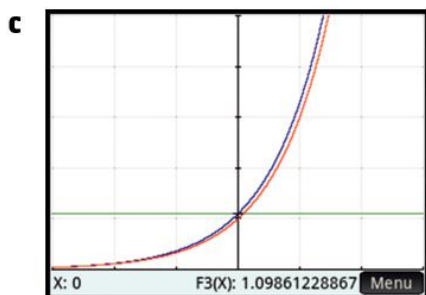
44 $t = 1051N^{5,28}$

9.3 Het grondtal e

Bladzijde 28



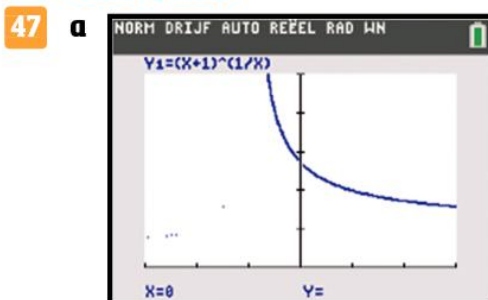
$c \approx 0,6931$



$1,0986$

- 46 a *
 b *
 c *

Bladzijde 29



- b omdat voor $x = 0$ de exponent $\frac{1}{x}$ niet bestaat

c

x	y_1
0,01	2,7048
0,001	2,7169
0,0001	2,7181
0,00001	2,7183

d $g \approx 2,718$

Bladzijde 30

- 48 a omdat $e^x \neq 0$ voor elke x
 b $e^x = 1$ geeft $x = 0$ en $e^x = -3$ heeft geen oplossing

Bladzijde 31

- 49 a e^2 g $2e^x$
 b $3\sqrt{e}$ h $e^{x+2} + e^x$
 c $15e^5$ i $e^{2x} + e^x$
 d $3e^4$ j $e^{2x} + 2e^x + 1$
 e e^{6x} k $e^{6x} + 6e^{3x} + 9$
 f e^{x+2} l $6e^x - 1$

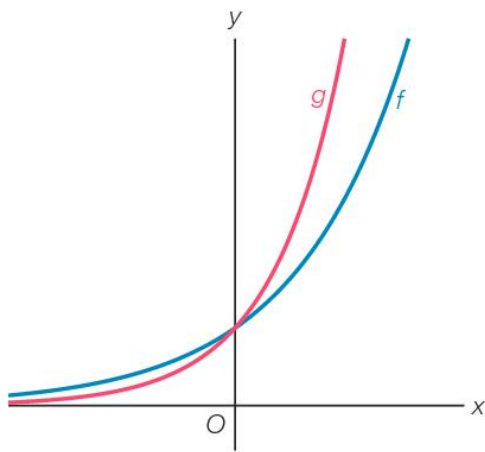
- 50 a $4 + 12e^{\frac{1}{3}x} + 9e^x$
 b $e^{2x} + 2 + e^{-2x}$
 c $e^x - 2$

- 51 a $x = -2$ d $x = 0$
 b $x = 0 \vee x = 3$ e $x = 0$
 c $x = 1 \vee x = -1$ f $x = 3$

- 52 a $x = 6$ d $x = -1\frac{1}{2}$
 b $x = \frac{1}{4}$ e $x = 0$
 c $x = -\frac{1}{2}$ f $x = 0$

53 $x = 1 \vee x = 2$

54 a



b *

Bladzijde 32

55 productregel: b en c
quotiëntregel: d
kettingregel: c en d

56 a $f'(x) = e^x$

b $f'(x) = 2e^x - \frac{1}{x^2}$

c $f'(x) = (x+1)e^x$

d $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$

e $f'(x) = \frac{(2x-4)e^x}{(x-1)^2}$

f $f'(x) = (2x-6)e^x$

Bladzijde 33

57 a $f'(x) = (2x+1)e^{x^2+x}$

b $f'(x) = 2x + 6e^{3x}$

c $f'(x) = (2x^2+1)e^{x^2} - 2(x+2)e^{-x-1}$

d $f'(x) = \frac{-2(x+2)e^{-x-1}}{x^3}$

e $f'(x) = (6x+3)e^{2x-1}$

f $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

58 a -0,135 c 26,781

b 0,366 d 3,033

59 a *

b *

c *

d *

e $k: y = -\frac{1}{e^2}x + 2 - \frac{4}{e^2}$

60 a max. is $f(-1) = \frac{1}{e}$

b $k: y = \frac{1}{e^2}x + \frac{4}{e^2}$

61 a $\sqrt{3}$ en $-\sqrt{3}$

b max. is $f(-3) = \frac{6}{e^3}$

min. is $f(1) = -2e$

c $-2 + \sqrt{5}$ en $-2 - \sqrt{5}$

Bladzijde 34

62 a $x = -\frac{3}{4}$

b *

63 a $c = 5 - 2e - \frac{2}{e}$

b helling $\approx 0,41$

c $k \approx 0,47$

Bladzijde 35

64 a $a = \frac{2}{e}$

b $(0, 0), \left(\frac{1}{2}\sqrt{6}, \frac{\sqrt{6}}{e\sqrt{e}}\right)$ en $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{6}, -\frac{\sqrt{6}}{e\sqrt{e}}\right)$

65 $a = -\frac{1}{24}$
maximum

9.4 De natuurlijke logaritme

Bladzijde 37

66 a $f^{\text{inv}}(x) = {}^2\log(x)$

b $g^{\text{inv}}(x) = {}^e\log(x)$

Bladzijde 38

67 a 1 f 9

b $1\frac{1}{2}$ g 8

c -1 h 56

d 0 i $\sqrt{5}$

e 4 j 30

68 a $x \approx 0,828$ c $x \approx -1,227$
b $x \approx 1,242$ d $x \approx -0,907$

69 a $\ln(36)$ d $\ln(10e)$
b $\ln(2\frac{1}{2})$ e $\ln(36\sqrt{e})$
c $\ln(3e^4)$ f $\ln(2e^e)$

70 a $x = \frac{1}{e}$
b $x = \sqrt{e}$
c $x = \frac{1}{3}e^3$
d $x = 2 - \frac{1}{e^2}$
e $x = \sqrt{e} \vee x = \frac{1}{\sqrt{e}}$
f $x = 5e$

Bladzijde 39

71 a $x = 1 \vee x = \frac{2}{3}$
b $x = 1 \vee x = e$
c $x = 0 \vee x = 2$
d $x = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\ln(5)$
e $x = \frac{1}{e} \vee x = e^3$
f $x = 5$
g $x = 4$
h $x = \sqrt{\ln(100)} \vee x = -\sqrt{\ln(100)}$

72 a 83 slagen per minuut
b 72 kg
c $G = 0,549 \cdot 1,064^F$

73 a *
b *

74 a *
b *
c *

Bladzijde 40

75 a * c *
b $f'(x) = \frac{1}{x}$ d $f'(x) = \frac{2}{x}$
 $g'(x) = \frac{1}{x}$ $g'(x) = \frac{-1}{x}$
 $h'(x) = \frac{1}{2x}$

Bladzijde 41

76 a $f'(x) = 4 \cdot 3^{4x-2} \cdot \ln(3)$
b $f'(x) = \frac{\ln(x) - 2}{x^2}$
c $f'(x) = \frac{4}{(4x-1)\ln(2)}$
d $f'(x) = \frac{1 - \ln(3x)}{x^2}$
e $f'(x) = \ln(x^3) + 3$
f $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$

77 a $f'(x) = \ln(2)$
b $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)\ln(2)}$
c $f'(x) = \ln^2(x) + 2\ln(x)$
d $f'(x) = 2x \cdot {}^3\log(4x) + \frac{x}{\ln(3)}$
e $f'(x) = 2^x \cdot \ln(2) \cdot (2 \cdot 2^x - 1)$
f $f'(x) = \frac{2\ln(4x)}{x}$

78 a *
b *
c *

79 a $2 < x \leq 4\frac{1}{2}$
b max. is $s(4\frac{1}{2}) = 2\ln(2\frac{1}{2})$

80 a $k: y = -2x + \frac{1}{e}$
b $(\sqrt[3]{e}, 3 \cdot \sqrt[3]{e})$ en $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{2}{\sqrt{e}})$

Bladzijde 42

81 a $B_f = [-\frac{1}{4}, \rightarrow)$
b $(-2, -\frac{3}{16})$

82 a $A(\frac{1}{e^2}, -\frac{1}{e})$
b $k: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

- 83** a *
- b 5 minuten en 15 seconden
- c $7,2^\circ\text{C}$ per minuut
- d $a = -6$, $b = \frac{1}{60}$ en $c = -\frac{1}{3}$

- 84** a $A(1, \ln(\frac{2}{3}))$
- b $a = 3$

Bladzijde 43

- 85** a $\frac{1}{e^3} \leq x \leq e$
- b $B_f = \left[\frac{1}{e^4}, \rightarrow \right)$

- 86** a *
- b $a = 1$
k: $y = x$

Diagnostische toets

Bladzijde 46

- 1** a 2
- b $2\frac{1}{2}$
- 2** a ${}^2\log(64a)$
- b ${}^3\log\left(\frac{3}{2a}\right)$
- 3** a $6 + {}^3\log(64)$
- b $5 + \log(8)$
- 4** a verm. y-as met $\frac{1}{25}$
- b translatie (0, 1)
- 5** a $x = 7$
- b $x = 3$
- c $x = 1$
- d $x = \frac{1}{10} \vee x = 100$
- e $x = 2$
- f $x = 8 \vee x = 16$
- 6** a 94,9%
- b 3,2%
- 7** a 3,7%
- b 89,3%

- 8** a 29 jaar
- b 22 dagen
- 9** a $x = -4 + 0,59 \cdot 1,78^v$
- b $q = -1,11 + 0,46 \cdot \log(p)$

Bladzijde 47

- 10** a $2e$
- b $e^{2x} - 1$
- c $e^{6x} - 10e^{3x} + 25$
- 11** a $x = \frac{1}{3}$
- b $x = \frac{5}{6}$
- c $x = 0$
- 12** a $f'(x) = 2e^x - 6x$
- b $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{e^x}$
- c $f'(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$
- d $f'(x) = \frac{(x^2 - 2x + 1)e^x}{(x^2 + 1)^2}$
- e $f'(x) = (2x^2 + 2x)e^{2x-1}$
- f $f'(x) = 2xe^{x^2+9}$
- 13** a max. is $f(-1) = \frac{3}{e}$
min. is $f(0) = 1$
- b $x = -1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \vee x = -1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$
- c k: $y = 2ex - e$
- 14** a $\ln(3e^4)$
- b $\ln(\frac{5}{8})$
- 15** a $x = \frac{1}{5}\ln(8)$
- b $x = \frac{1}{5}e^4 \vee x = \frac{1}{5e^4}$
- c $x = 1 \vee x = \sqrt{e}$
- d $x = 1\frac{2}{5}$

16 a $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-4} \cdot \ln(2)$

b $f'(x) = (1 + x \ln(3)) \cdot 3^x$

c $f'(x) = \frac{4}{3x}$

d $f'(x) = \frac{1}{x \ln(2)}$

e $f'(x) = \frac{5}{(5x-6) \ln(3)}$

f $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

17 $B_f = [2, \rightarrow)$

18 a $A(1, -\frac{1}{2})$

b $k: y = -\frac{2}{e}x + \frac{1}{2e^2}$

10 Meetkunde met vectoren

Voorkennis Afstanden en middens

Bladzijde 52

- 1 $12\sqrt{2}$
- 2 a $2\sqrt{10}$
 b $8\sqrt{5}$
 c $2\frac{1}{2}\sqrt{2}$
 d *
 e $-3 < p < 5$

10.1 Vectoren

Bladzijde 53

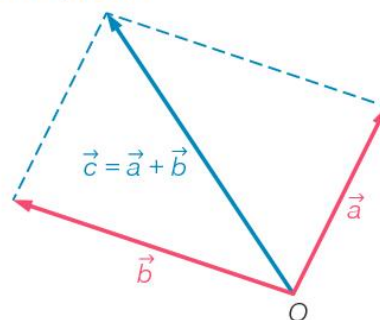
- 1 $5 + \sqrt{29}$

Bladzijde 56

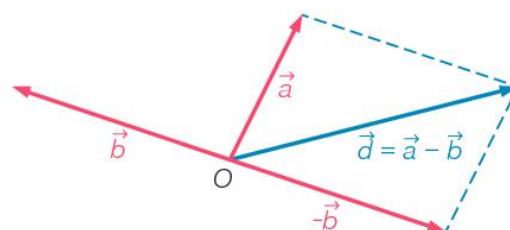
- 2 a $|\vec{a}| \approx 2,34$ en $|\vec{b}| \approx 7,65$
 b $|\vec{b}| \approx 3,08$ en $|\vec{v}| \approx 3,42$
- 3 a $\sqrt{17}$ d 0,5
 b 3 e $2\sqrt{10}$
 c 5 f 6
- 4 a $\begin{pmatrix} 1 \\ 18 \end{pmatrix}$ c $\begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$
 b $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ d $\begin{pmatrix} 2 \\ 14 \end{pmatrix}$

Bladzijde 57

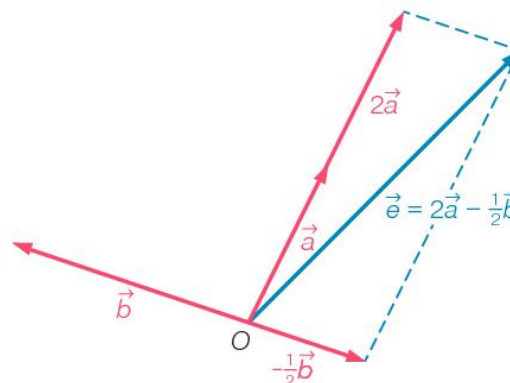
5 a



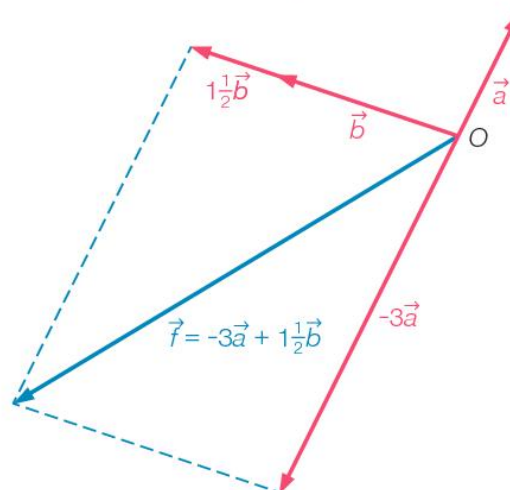
b



c



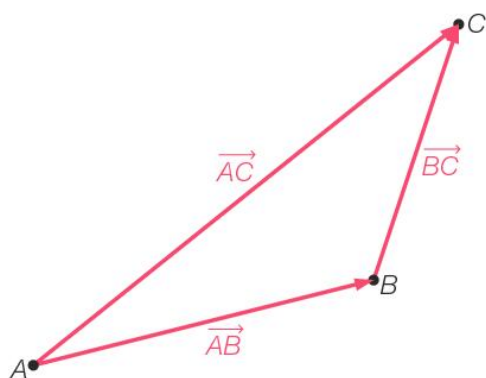
d



6 ▶ Zie de figuur onderaan de bladzijde.

*

7 a



b $\overrightarrow{OQ}$

c $\overrightarrow{EF}$

d $\overrightarrow{AK}$

e $\overrightarrow{PN}$

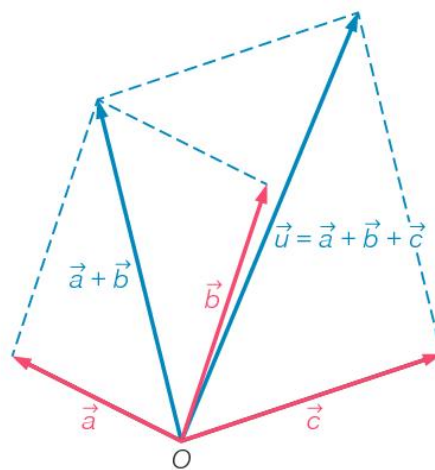
8 a *

b *

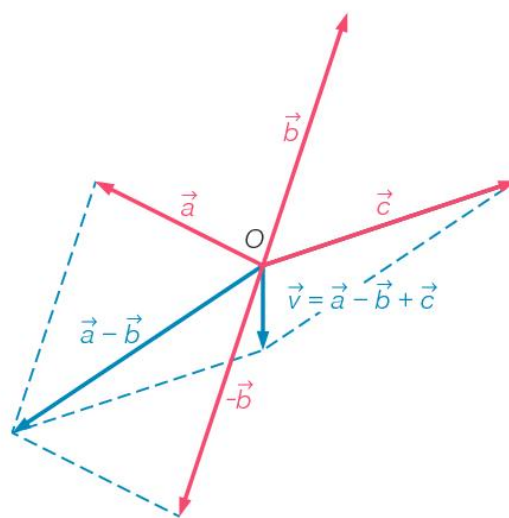
c $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

9 a



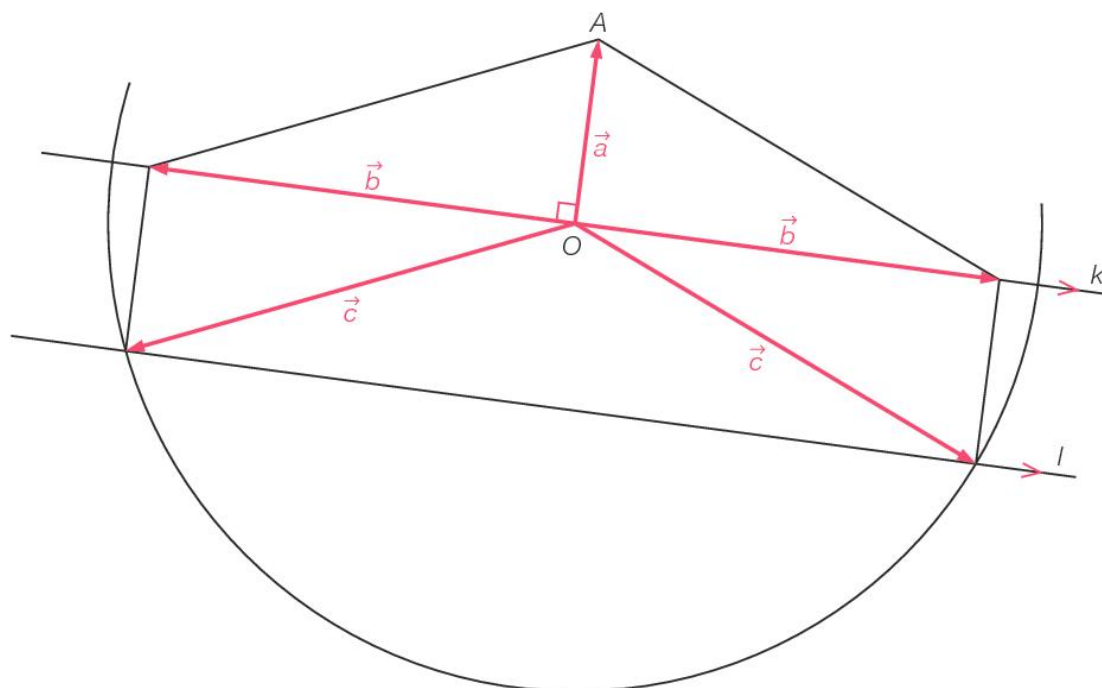
b



c ▶ Zie de eerste figuur op de volgende bladzijde.

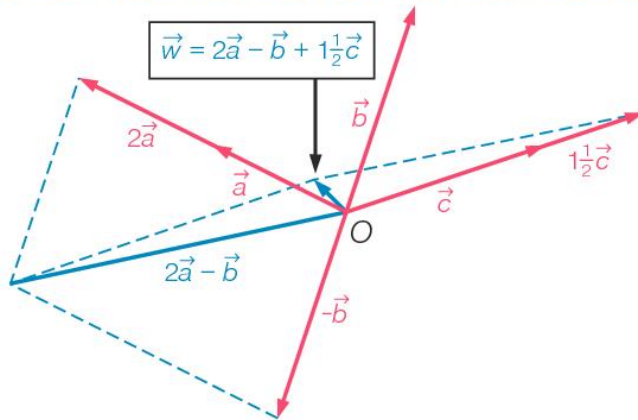
d ▶ Zie de tweede figuur op de volgende bladzijde.

▶ 6

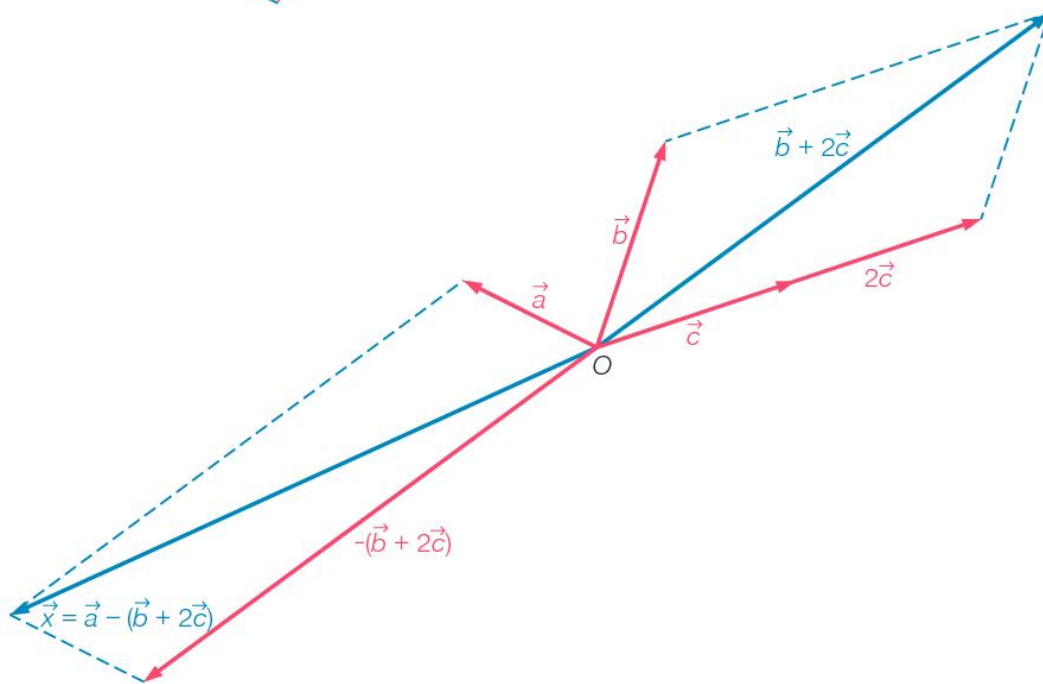


10 ▶ Zie de derde figuur op deze bladzijde.

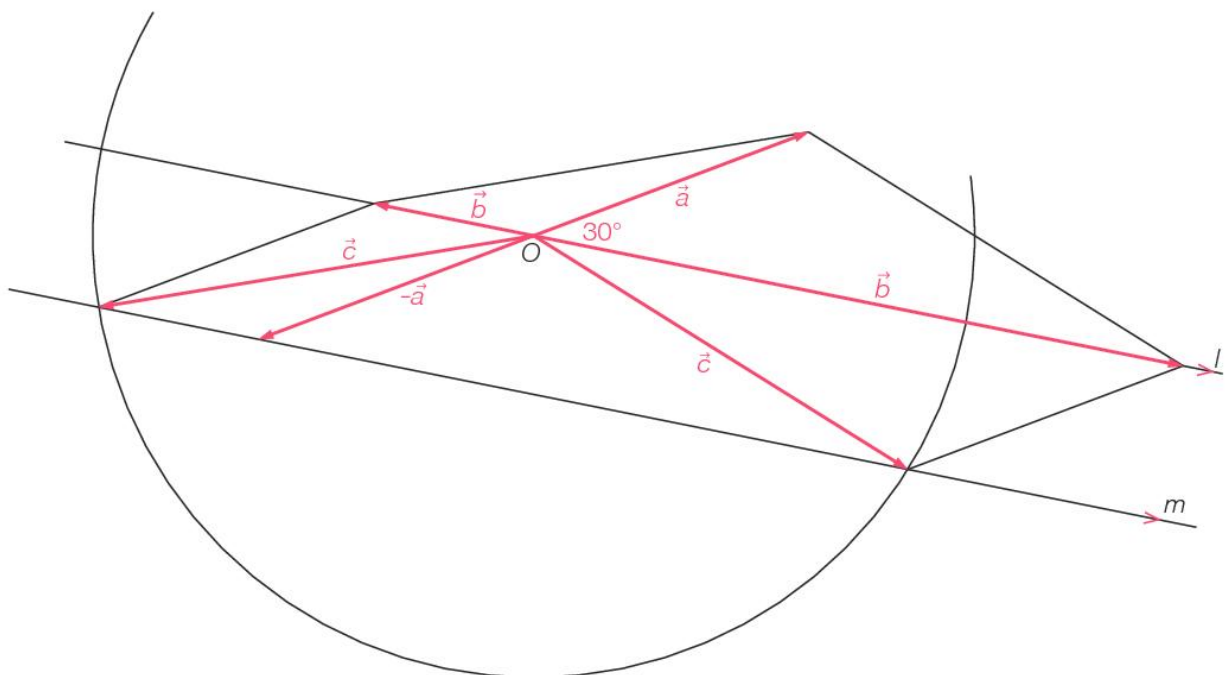
c



d



10



Bladzijde 58

11 $F_T \approx 317 \text{ N}$
 $F_N \approx 680 \text{ N}$

12 $|\vec{a}| \approx 8,2$ en $|\vec{b}| \approx 6,4$

10.2 Vectoren en rotaties**Bladzijde 60**

13 a $\vec{a}_R = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ en $\vec{a}_L = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b $\vec{b}_R = \begin{pmatrix} q \\ -p \end{pmatrix}$

Bladzijde 61

14 $D(-1, 5)$

Bladzijde 62

15 a *

b $N(9\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$

16 $N(5\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$

17 $Q(7\frac{1}{3}, 5\frac{1}{3})$ en $R(6\frac{1}{3}, 6\frac{2}{3})$

18 a *

b $Q(a + 2d, 2a)$

Bladzijde 63

19 a $M(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}d, \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}d)$

*

b *

20 $T(-a + 3b + c, a - b + 3c)$
 $U(-a + 3b - c, b + 3c)$

21 $m = \frac{5}{7}$

Bladzijde 64

22 a *

b *

23 *

24 *

Bladzijde 65

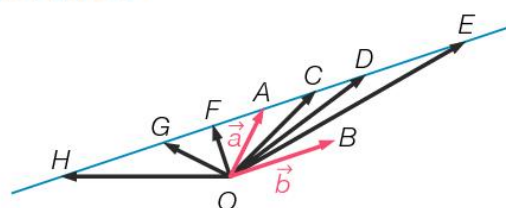
25 a *

b *

26 *

10.3 Vectoren en lijnen**Bladzijde 67**

27 a



b die liggen op de lijn door het eindpunt van $\vec{a}$ die evenwijdig is met $\vec{b}$

Bladzijde 69

28 a *

b *

c $p = 7$

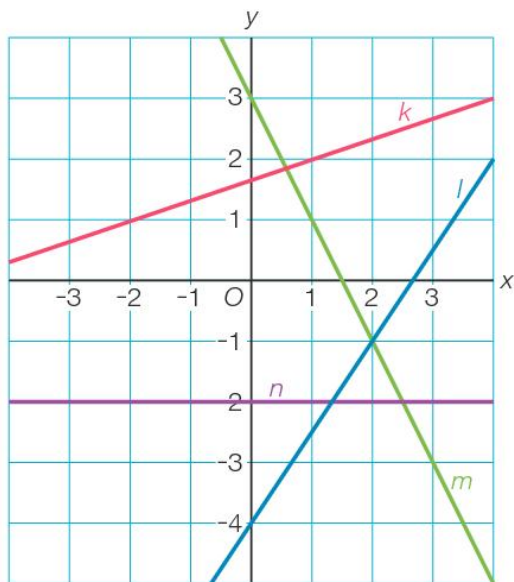
29 a $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

b $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

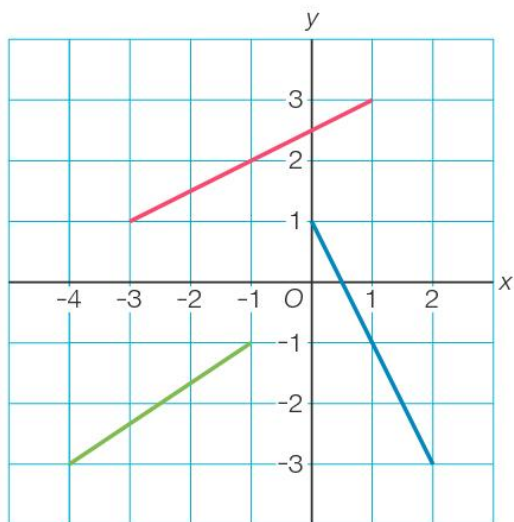
c $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

30 A en C liggen op k, B niet

31



32



- 33 a $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$
 b $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
 c $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$
 d $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix} \wedge -1 \leq t \leq 0$

Bladzijde 70

34 a *

b $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{a} + t \cdot (\vec{b} - \vec{d})$

$l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{b} + u \cdot \left(\frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d}) - \vec{b}\right)$

$m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + v \cdot (\vec{c} - \vec{b})$

- c I: lijn door B evenwijdig met AC
 II: lijn door midden van AB evenwijdig met BD
 III: lijn door A en midden van BC

35

a *

$S(7, 0)$

b $T(-47, -21)$

36

a $(-12, -6)$

b $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

37

a $k: 5x + 2y = 22$

b $l: 3x + y = 11$

c $m: 5x - 3y = -8$

Bladzijde 71

38

a *

b $k: x = t + 5 \wedge y = 2t + 13$

c $k: x = -3t + 2 \wedge y = -6t + 7$

d $k: x = 2t - 1\frac{1}{2} \wedge y = 4t$

39

a $k: x + 2y = 11$

b $l: x = 2t \wedge y = 3t - 3$

c $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix}$

d $n: x = 4 + 3t \wedge y = -1 + 2t$

40

a $p = 1\frac{1}{2}$

b $y = -1\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$

41

a $S(-4, -7)$

b $A(2\frac{1}{2}, -1)$

c $q = -3$

42

a $a = 2, b = 1$ en $c = 26$

b $a = 5, b = -2$ en $c = -1$

43

$p = -2\frac{1}{2}$ en $q = 2$

10.4 Vectoren en hoeken

Bladzijde 73

44

a *

b *

Bladzijde 75

- 45** **a** $71,6^\circ$
b $105,3^\circ$

- 46** **a** -20
b -2
c 0
d 1

- 47** **a** $26,6^\circ$
b $125,5^\circ$
c $21,8^\circ$
d 90°

- 48** **a** $36,9^\circ$
b $81,9^\circ$
c $71,6^\circ$

Bladzijde 76

- 49** **a** $77,5^\circ$
b $80,1^\circ$

- 50** **a** $116,6^\circ$
b $69,2^\circ$

- 51** **a** $35,8^\circ$
b $94,4^\circ$

- 52** **a** $10,3^\circ$
b $a \approx 0,94 \vee a \approx 1,97$

- 53** 0
 $*$

- 54** **a** $*$
b $*$
c $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

Bladzijde 78

- 55** **a** $k: 4x - 3y = 11$
 $l: 7x + 4y = 0$
b $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $n: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

Bladzijde 79

- 56** **a** $l: 5x + 2y = 22$
b $n: 3x + 2y = 13$

- 57** **a** $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
b $n: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

- 58** **a** $S(2, 1)$
b $T(-6, 8)$
c $U(11, 1\frac{1}{2})$

- 59** **a** $l: 5x + y = -85$
b $n: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
c $p: x - 4y = -32$

- 60** **a** $35,8^\circ$
b $49,8^\circ$
c $71,6^\circ$

- 61** **a** $l_1: 3x - y = -1$
 $l_5: x - y = 1$
b $(p = 2 \wedge q = 2\frac{1}{2}) \vee (p = 5 \wedge q = 2)$

Bladzijde 80

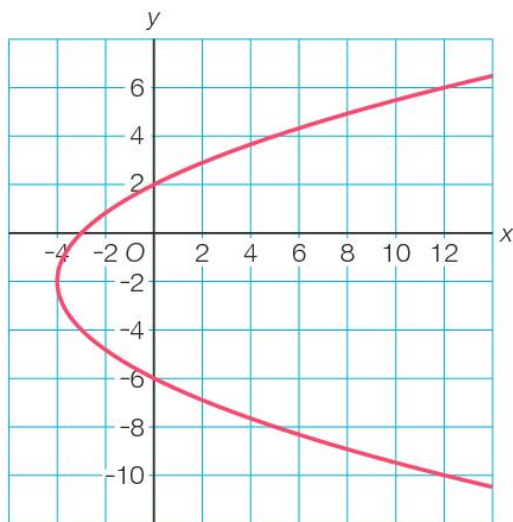
- 62** **a** $*$
b $P(\frac{9}{10}, 1\frac{7}{10})$
c $P(1, 2)$

- 63** **a** $P(4, 2)$ of $P(2\frac{6}{13}, 4\frac{4}{13})$
b $P(3\frac{1}{6}, 3\frac{1}{4})$

10.5 Vectoren bij snelheid en versnelling

Bladzijde 82

- 64 a *
- b ▶ Zie de tabel onderaan de bladzijde.



c $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Bladzijde 85

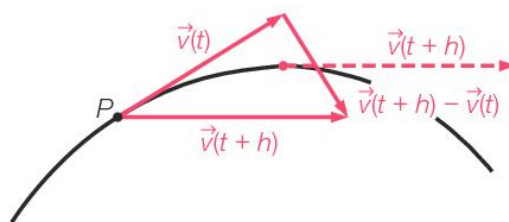
- 65 a $(-5\frac{1}{3}, 0)$ en $(5\frac{1}{3}, 8)$
- b $l: x - 2y = 0$
- c *
- d $1 < t < 2$

- 66 a $(-\frac{2}{3}, -1\frac{7}{9}\sqrt{3})$ en $(-\frac{2}{3}, 1\frac{7}{9}\sqrt{3})$
- b $\sqrt{5}$
- c $0 < t < \frac{2}{3}\sqrt{3}$
- d *
- 53,1°

- 67 a $8\sqrt{3}$
- b evenwijdig met x-as in $(-2\frac{2}{3}, -4)$
evenwijdig met y-as in $(2\frac{2}{3}, -3)$ en $(-2\frac{2}{3}, 5)$

- c $2\sqrt{2}$
- d 0,97

68



Bladzijde 86

69 *

Bladzijde 87

- 70 a B, D, C, D, A
- b $a(t) = \frac{18t^3 - 14t}{\sqrt{9t^4 - 14t^2 + 9}}$
- c $v(2) = \sqrt{97}$
 $a(2) = 1\frac{19}{97}\sqrt{97}$
- d $v(0) = 3$
 $v(\frac{1}{3}\sqrt{7}) = 1\frac{1}{3}\sqrt{2}$
 $v(-\frac{1}{3}\sqrt{7}) = 1\frac{1}{3}\sqrt{2}$
- e 1,886
- f $t = 1 \vee t = -1 \vee t = \frac{1}{3}\sqrt{5} \vee t = -\frac{1}{3}\sqrt{5}$
- g *
- 60°

Bladzijde 88

- 71 a C, A, D, B
- b $a(t) = \frac{2t - 2}{\sqrt{2t^2 - 4t + 4}}$
- c $(-1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$
- d $\sqrt{2}$
- e *
- f $k: 3x - y = -7$
- 72 $Q(-1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$ en $R(-1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$

▶ 64 b

t	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
x	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12
y	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

- 73** **a** 29,2 m/s
b 31°
c 14,25 m
d 77,7 m
e $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$

het tegengestelde van de valversnelling
van 10 m/s^2

Bladzijde 89

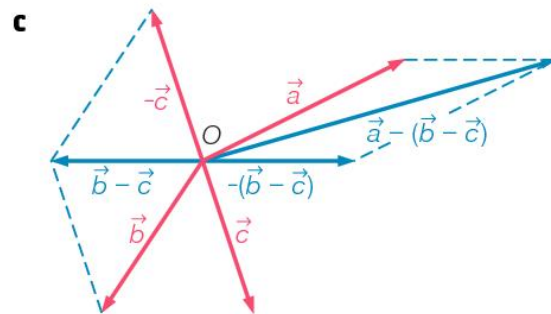
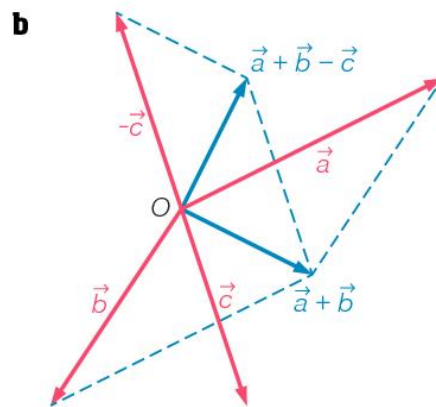
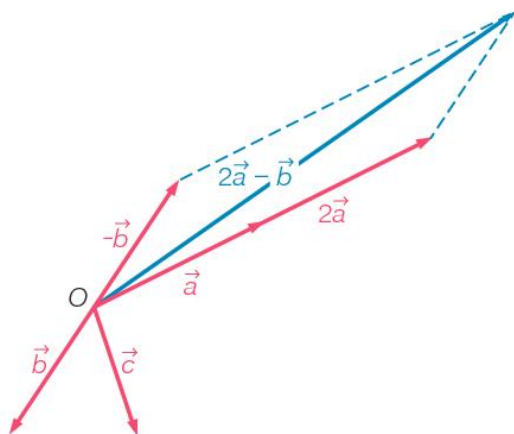
- 74** **a** *
b baansnelheid $= \sqrt{61}$
baanversnelling $= \frac{42}{61} \sqrt{61}$
c $(-\frac{3}{4}\sqrt{30}, 3\frac{1}{2})$ en $(\frac{3}{4}\sqrt{30}, 3\frac{1}{2})$
d -0,588
e 82°

Diagnostische toets

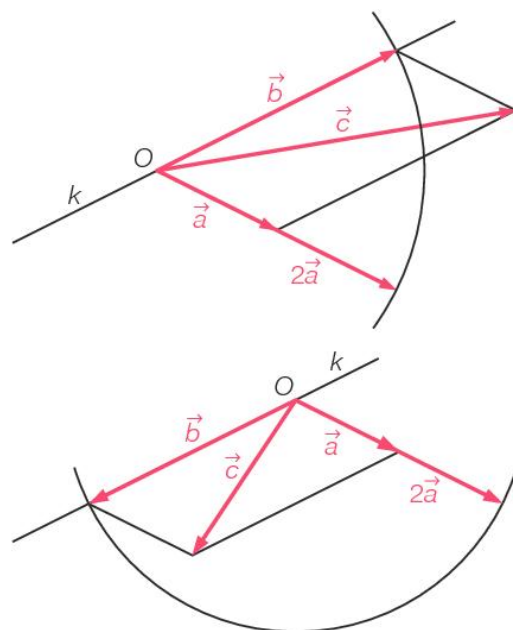
Bladzijde 92

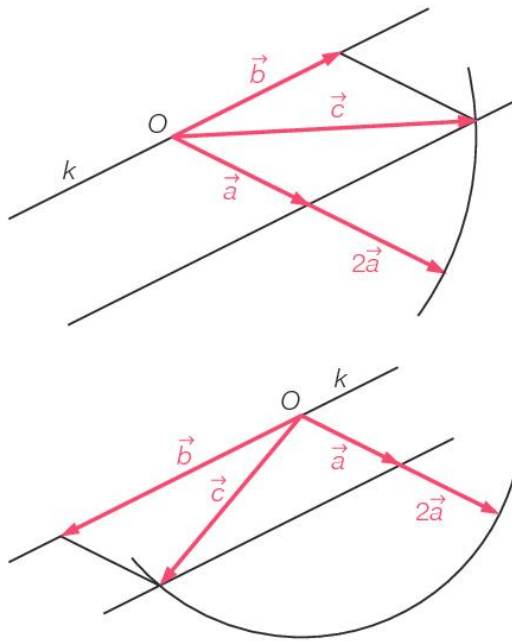
- 1** **a** $\vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ en $|\vec{c}| = 10$
b $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ en $|\vec{d}| = 5\sqrt{2}$
c $\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ en $|\vec{e}| = \sqrt{5}$

2 **a**



3 **a**



b

4 de lengte van beide componenten is $2\sqrt{2}$

5 $C(5, 8)$ en $D(1, 2)$

6 *

7 a $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$

b $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \wedge -1 \leq t \leq 0$

Bladzijde 93

8 $S(8, -2)$

9 a $k: x = 1 + 3t \wedge y = 2 + 4t$

b $l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

c $m: 3x + 2y = 24$

10 a $A(2\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3})$

b $q = 2\frac{1}{2}$

11 a $26,1^\circ$

b $113,5^\circ$

12 a $k: 3x + 5y = 29$

b $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

c $p: 4x - y = -11$

13 90°

14 a $t < 0$ en voor $1 < t < 2$

b evenwijdig met x -as in $(0, 0)$ en $(3, -\frac{1}{3})$
evenwijdig met y -as in $(4, 1\frac{1}{3})$

c $56,3^\circ$

d $\frac{1}{2}\sqrt{13}$

e $1,60$ voor $t \approx 1,32$

f $(1\frac{3}{4}, -\frac{1}{6})$

g $1\frac{25}{37}\sqrt{37}$

11 Integraalrekening

Voorkennis

Differentiaalrekening

Bladzijde 98

1 a $f'(x) = \frac{8 \ln(x) - 3}{x}$

b $f'(x) = 10 \cdot 3^x$

c $f'(x) = \frac{5x^2 - 2x}{\sqrt{2x - 1}}$

d $f'(x) = \frac{e^{2x} - 3}{4e^x}$

2 a $f'(x) = \ln(x)$

b $f'(x) = \frac{6x - 3}{\sqrt{4x - 3}}$

c $f'(x) = \frac{e^{4x} + 15}{2e^{3x}}$

d $f'(x) = 2x \ln^2(x) - x$

e $f'(x) = \frac{18x^3 + 12x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

f $f'(x) = 5 \cdot 2^x - \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$

3 a *

b *

c *

d *

11.1 Primitieven en integralen

Bladzijde 99

1 *

$c = 7$

Bladzijde 100

2 a *

b *

c *

3 a *

b *

c *

d *

e *

4 *

5 a $f(x) = x^4$

b $g(x) = e^{4x+1}$

c $h(x) = 3^x$

d $k(x) = \cos(2x)$

Bladzijde 101

6 *

Bladzijde 102

7 a *

b $F(x) = \ln|x| + c$

c *

8 a $F(x) = 2x^3 + c$

b $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^5 + c$

c $F(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{x} + c$

d $F(x) = \frac{10^x}{\ln(10)} + c$

e $F(x) = \frac{5 \cdot 2^x}{\ln(2)} + c$

f $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \cos(x) + c$

g $F(x) = \ln|x| - \frac{2}{3x^3} + c$

h $F(x) = \frac{2}{5}x^2 \cdot \sqrt{x} - 2 \sin(x) + c$

9 a $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1\frac{1}{2}x^2 + c$

b $F(x) = 5e^x + c$

c $F(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2x^2} + c$

d $F(x) = \frac{3^x}{\ln(3)} + \frac{1}{4}x^4 + c$

e $F(x) = 2x \ln(x) - 2x + c$

f $F(x) = x \ln(2) + x \ln(x) - x + c$

- 10** a $F(x) = e^{x+1} + c$
 b $F(x) = -\frac{4}{x^2} + c$
 c $F(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x^3} + c$
 d $F(x) = \frac{1}{2}x \ln(x) - \frac{1}{2}x + c$
 e $F(x) = -\frac{x \ln(x) - x}{\ln(2)} + c$
 f $F(x) = 5x \log(2) + \frac{5x \ln(x) - 5x}{\ln(10)} + c$

11 $p = 3\frac{3}{4}$ en $q = 2\frac{1}{2}$

- 12** a $F(x) = x^2 - 3x + c$
 b $F(x) = x^2 - 3x + 4$
 c $F(x) = x^2 - 3x + 2\frac{1}{4}$

13 $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x + 6\frac{7}{15}$

14 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$ en $c = \frac{1}{4}$

Bladzijde 103

- 15** a *
- b $A'(p) = ap + b$
 $A'(p) = f(p)$

Bladzijde 105

- 16** a $6\frac{3}{4}$
 b $p \approx 1,84$

17 $p = \frac{2}{3}\pi$

- 18** a $16\sqrt{3}$
 b $p = 9$
 c $p = 4 \cdot \sqrt[3]{4}$

Bladzijde 106

- 19** a $p = \ln(6)$
 b $p = \ln(2)$

- 20** a $e^2 + 1$
 b $p \approx 8,174$

- 21** a *
- b $p = 3$

11.2 Oppervlakten

Bladzijde 108

- 22** a *
- b $a = \frac{1}{18}$

Bladzijde 109

- 23** *

24 a $F(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{n+1} (ax+b)^{n+1} + c$

b $F(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{g^{ax+b}}{\ln(g)} + c$

c $F(x) = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + c$

d $F(x) = \frac{1}{a} ((ax+b) \ln(ax+b) - (ax+b)) + c$

e $F(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{\ln(g)} ((ax+b) \ln(ax+b) - (ax+b)) + c$

f $F(x) = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$

25 a $F(x) = \frac{1}{14} (2x-1)^7 + c$

b $F(x) = -\frac{1}{6(3x+4)^2} + c$

c $F(x) = -\frac{1}{3} (3-2x) \sqrt{3-2x} + c$

d $F(x) = -4\sqrt{1-x} + c$

e $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x + \frac{1}{3}\pi) + c$

f $F(x) = 6 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}\pi) + c$

26 a $F(x) = \ln|x-1| + c$

b $F(x) = \frac{1}{5} (2x+1)^2 \cdot \sqrt{2x+1} + c$

c $F(x) = \frac{1}{4} e^{4x-1} + c$

d $F(x) = (x - \frac{1}{4}) \ln(4x-1) - (x - \frac{1}{4}) + c$

e $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x-5| + c$

f $F(x) = \frac{2^{3x}}{3 \ln(2)} + c$

g $F(x) = -\frac{3^{2-5x}}{5 \ln(3)} + c$

h $F(x) = \frac{(5x+3) \ln(5x+3) - (5x+3)}{5 \ln(2)} + c$

27 a $F(x) = -\frac{1}{2(2x-1)^3} + c$

b $F(x) = \frac{1}{10}(4x+3)^2 \cdot \sqrt{4x+3} + c$

c $F(x) = -\frac{2}{3} \cos(3x + \frac{1}{2}\pi) + c$

d $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - (x+2) \ln(\frac{1}{2}x+1) + x+2 + c$

e $F(x) = 2 \ln|3x+1| + c$

f $F(x) = \frac{1}{4}e^{4x+1} - \frac{4^{\text{ex}}}{e \ln(4)} + c$

g $F(x) = \frac{5((3x+2) \ln(3x+2) - (3x+2))}{3 \ln(10)} + c$

h $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3} \sin(3x+1) + c$

28 a $-\sqrt{3} + 2$

b $\frac{1}{9}\pi^2 + 1$

29 $2\frac{2}{3}\pi + 4\sqrt{3}$

Bladzijde 110

30 $p \approx 6,96$

31 $p = 3 \ln(2)$

32 a *

b *

33 a *

b *

c *

Bladzijde 112

34 *

35 a $O(V) = 2$
 $O(W) = 2$

b 0

*

Bladzijde 113

36 $1\frac{1}{2}\sqrt{3}$

37 a 1

b $p = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

38 $6\frac{2}{5}$ keer

39 *

40 a $1\frac{7}{8} + \ln(\frac{1}{4})$

b $p = e^2$

Bladzijde 114

41 $a \approx 0,72$

42 $a = 1\frac{1}{3}$

Bladzijde 115

43 $15 - 8 \ln(4)$

44 $p \approx 7,97$

45 a *

b $q = -5\frac{1}{4}$

Bladzijde 116

46 a *

b $L = 6 + \ln(\frac{2}{5}\sqrt{10})$

c 15,58

47 *

11.3 Inhouden

Bladzijde 118

48 a *

b *

Bladzijde 119

49 $1\frac{1}{6}\pi$

50 $9\frac{1}{3}\pi$

Bladzijde 120

51 a *

b $p \approx 2,133$

52 a $g(x) = \frac{3}{x}$

b 6π
*

53 a $12 + 2\ln(9)$
b $7\frac{1}{9}\pi$

Bladzijde 121

54 $a = 2 + 3\sqrt{2}$

55 a $p = 2\ln(2)$
b $p = \ln(10)$

56 a $6\frac{1}{2}\pi$
b Irma

Bladzijde 122

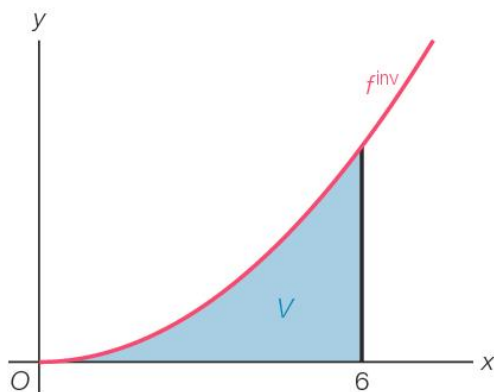
57 $2\frac{2}{3}\pi$

Bladzijde 123

58 $8\pi e$

59 a 20
b $253\frac{1}{8}\pi$

60 a *



$$\pi \int_0^6 \frac{1}{81} x^4 dx = 19\frac{1}{5}\pi$$

de grenzen 0 en 6

b *

c de grenzen 0 en 6

d *

Bladzijde 125

61 a *

b *

62 a $42\frac{3}{20}\pi$
b $38\frac{1}{4}\pi$

63 a 8π
b $p = 2\frac{1}{2}$ en $q = 6\frac{1}{4}$

64 a 9π
b $4\frac{4}{5}\pi\sqrt{6}$
c $51\frac{1}{5}\pi$

Bladzijde 126

65 a $74\frac{2}{3}\pi$
b *

66 23,66

67 nee

Bladzijde 127

68 a 1 en e^2
b $(e, 1)$
c *
d 4
e 9,778

11.4 Toepassingen van integralen

Bladzijde 129

69 *

Bladzijde 130

70 a $1\frac{12}{29}$ keer
b $p = \sqrt[3]{54}$

Bladzijde 131

71 $I = \frac{28}{81}\pi r^3$

72 $I(S_p) = \pi(36p - \frac{1}{3}p^3 + 99)$
 $p \approx 1,27$

73 $11\frac{1}{9}\pi$

- 74** **a** 5 m/s
 30 m
b *
c 75 m

Bladzijde 133

- 75** nee
 *

76 $353\frac{1}{3}$ m

- 77** **a** 36 m/s **c** 252 m
b 108 m **d** $t = 16\frac{8}{9}$

- 78** **a** 0,1 seconde
b -150 m/s^2
 15 keer

Bladzijde 134

- 79** **a** $166\frac{2}{3}$ m
b $t \approx 3,33$ en $t \approx 11,27$
c 8,3 seconde

- 80** **a** 42,4 m/s
b 2,4 m/s

Bladzijde 135

- 81** **a** 10 036 km/uur
 161 km
b 25 342 km/uur
 1847 km

Diagnostische toets

Bladzijde 138

- 1** **a** *
b *

2 **a** $F(x) = 2 \ln|x| - \frac{6}{x} + c$

b $F(x) = \frac{3}{\ln(2)} \cdot 2^x + c$

c $F(x) = 6e^x + \frac{1}{3}x^3 + c$

d $F(x) = 5x \ln(x) - 5x + c$

e $F(x) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot (x \ln(4x) - x) + c$

f $F(x) = -3 \cos(x) + 2 \sin(x) + c$

3 $F(x) = 2x^2 + x - x \ln(x) + 4$

4 **a** $2 \ln(3)$

b $p = -1 + \sqrt{3}$

5 **a** $F(x) = \frac{1}{12}(2x + 6)^6 - \frac{10}{3(3x - 1)} + c$

b $F(x) = \frac{2}{35}(5x + 2)^3 \cdot \sqrt{5x + 2} + c$

c $F(x) = 2e^{2x+3} + c$

d $F(x) = \frac{4}{\ln(2)} \cdot 2^{2x-1} + c$

e $F(x) = (x + 1\frac{1}{2}) \ln(2x + 3) - (x + 1\frac{1}{2}) + c$

f $F(x) = 3 \ln|2x + 5| + c$

6 **a** $15\frac{3}{4} - 12 \ln(2)$

b $p = \sqrt[4]{e^3}$

Bladzijde 139

7 $p = 2$

8 54π

9 19,31

10 5,870

11 12,94

12 **a** 50,4 km

b 310,32 km

12 Goniometrische formules

Voorkennis Goniometrische formules herleiden

Bladzijde 143

1 **a** *

$$\sin(A + \frac{1}{2}\pi) = \cos(A)$$

$$\cos(A + \frac{1}{2}\pi) = -\sin(A)$$

b *

2 **a** $y = -\cos(\alpha)$ **e** $y = \cos(\alpha)$
b $y = \sin(\alpha)$ **f** $y = \sin(\alpha)$
c $y = -\cos(\alpha)$ **g** $y = -\cos(\alpha)$
d $y = \sin(\alpha)$ **h** $y = -\sin(\alpha)$

Bladzijde 144

3 **a** $y = \cos(2x - \frac{5}{6}\pi)$
b $y = \cos(3x + \frac{1}{4}\pi)$
c $y = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\pi)$
d $y = \sin(2x + \frac{1}{6}\pi)$

12.1 Goniometrische formules bij vergelijkingen en herleidingen

Bladzijde 145

1 **a** *

b *

Bladzijde 147

2 *

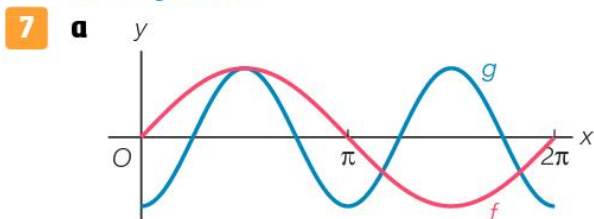
3 **a** $x = 0 \vee x = \frac{2}{3}\pi \vee x = 1\frac{1}{3}\pi \vee x = 2\pi$
b $x = \frac{3}{4}\pi \vee x = 1\frac{3}{4}\pi \vee x = \frac{3}{8}\pi \vee x = \frac{7}{8}\pi \vee x = 1\frac{3}{8}\pi \vee x = 1\frac{7}{8}\pi$
c $x = \frac{1}{2}\pi \vee x = 1\frac{1}{2}\pi \vee x = \frac{1}{3}\pi \vee x = 1\frac{2}{3}\pi$
d $x = 1\frac{1}{3}\pi$

4 **a** $t = 1 \vee t = 2\frac{1}{3} \vee t = \frac{1}{5} \vee t = 1\frac{4}{5} \vee t = 2\frac{3}{5}$
b $t = \frac{3}{5} \vee t = 3 \vee t = 1\frac{2}{7}$

5 **a** $x = \pi$
b $x = 1\frac{2}{9}\pi \vee x = \frac{11}{15}\pi \vee x = 1\frac{8}{15}\pi$
c $t = 10 \vee t = 2\frac{4}{13} \vee t = 5\frac{5}{13} \vee t = 8\frac{6}{13}$
d $x = \frac{1}{2} \vee x = 3\frac{1}{2} \vee x = 6\frac{1}{2} \vee x = 9\frac{1}{2}$

6 **a** $\sin(x) = 0$
b $2x = x + k \cdot 2\pi \vee 2x = \pi - x + k \cdot 2\pi$
c -
d -
e $2x = x + \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee 2x = \pi - (x + \frac{1}{3}\pi) + k \cdot 2\pi$
f -

Bladzijde 148



b $x = 1\frac{1}{4}\pi \vee x = 1\frac{3}{4}\pi$
c $x = \frac{1}{3}\pi \vee x = 1\frac{1}{3}\pi \vee x = \frac{2}{3}\pi \vee x = 1\frac{2}{3}\pi$
d $x = \frac{1}{2}\pi \vee 1\frac{1}{6}\pi \leq x \leq 1\frac{5}{6}\pi$

8 9 keer

9 $\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{6}\pi$

10 *

Bladzijde 149

11 **a** *

b *

c *

Bladzijde 150

12 **a** *

b *

13 **a** *

b *

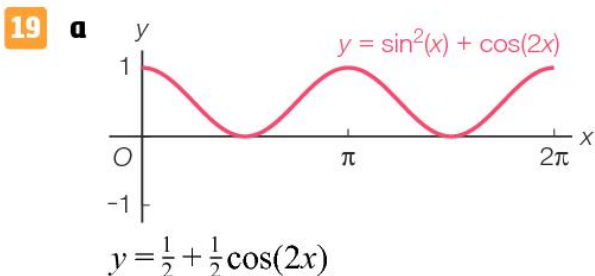
- 14 a * c *
b * d *

- 15 a *
b *

- 16 a $\cos(3x)$ c $\cos(2x)$
b $\sin(\frac{1}{2}x)$ d $\sin(3x)$

- 17 $2\cos(3x)$

- 18 a $x = -1 + k \cdot 2\pi \vee x = \frac{1}{3}\pi + \frac{1}{3} + k \cdot \frac{2}{3}\pi$
b $x = \frac{1}{8}\pi + k \cdot \frac{1}{4}\pi$
c $x = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee x = -\frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi$
d $x = \frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi \vee x = \frac{5}{12}\pi + k \cdot \pi$



- b *

- 20 *

Bladzijde 151

- 21 a $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(x)$
b *

- 22 a $-\cos(A) = \cos(A + \pi)$
b $\sin(A) = \cos(A - \frac{1}{2}\pi)$
c $\sin^2(A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2A)$
d $\cos^2(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2A)$
e $\cos(A) = \sin(A + \frac{1}{2}\pi)$

12.2 Goniometrische formules bij symmetrie en primitiveren

Bladzijde 153

- 23 $x_B = -x_A$ en $y_B = y_A$
 $x_C = -x_A$ en $y_C = -y_A$

Bladzijde 155

- 24 a *
b *

- 25 a *
b *

Bladzijde 156

- 26 a *
b *

- 27 a *
b *

- 28 ja

- 29 a nee
*
b $\sin^2(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)$
c $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x) + c$

Bladzijde 157

- 30 a $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x) + c$
b $G(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{12}\sin(6x) + c$
c $H(x) = -\frac{1}{2}\cos(x) + c$

- 31 a $\frac{3}{16}$
b $1\frac{1}{6}\pi - \frac{1}{16}\sqrt{3}$

- 32 $\frac{1}{4}\pi^2$

- 33 $\frac{1}{2}\pi - \frac{3}{4}\sqrt{3}$

- 34 a $B_f = [-1\frac{1}{8}, 2]$
b $1\frac{1}{2}\sqrt{3}$

- 35 $p = 6\frac{2}{3}$

12.3 Eenparige cirkelbewegingen en harmonische trillingen

Bladzijde 159

- 36 2π seconden

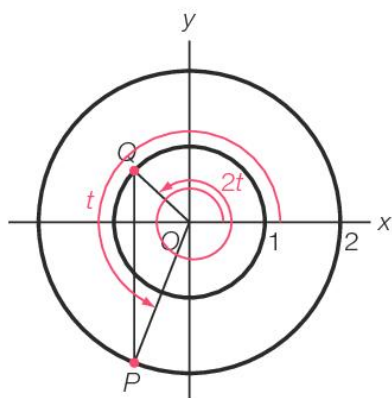
Bladzijde 160

- 37 a $\sin^2(A) + \cos^2(A) = 1$ en $\cos(A - B) = \cos(A)\cos(B) + \sin(A)\sin(B)$
 b $PQ \approx 0,26$
 c $t = \frac{2}{3}\pi \vee t = 3\frac{1}{3}\pi$
 d $3,39 < t < 9,17$

- 38 a $AB = \sqrt{10 - 3\sqrt{2}}$
 b *
 minimale afstand op $t = 0 \vee t = 2\pi$
 maximale afstand op $t = \pi$
 c *
 d $t = \frac{1}{3}\pi \vee t = 1\frac{2}{3}\pi$
 e $0 \leq t < 1,40 \vee 4,88 < t \leq 2\pi$

Bladzijde 161

- 39 a $\frac{1}{2}\pi$
 b $P(\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
 $Q(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
 c $R(1,874; 2,342)$
 $S(-1,874; 2,342)$
- 40 a $(0,82; 1,82)$ en $(-1,82; -0,82)$
 b $1\frac{1}{3}\pi$
 c *
 d 4,66 seconde
 e $t \approx 1,946$
 f $t \approx 4,338$



*

41 $y_{P'} = 3 \sin(\frac{2}{5}\pi t)$

Bladzijde 163

- 42 a 25 Hz
 b 4,5 km
- 43 $u = 10 \sin(6\pi t)$
- 44 a 0,1745 m
 b 0,1743 m
 c $b \approx 0,09$
 $c \approx 3,13$
 d 1 tik per seconde

- 45 a *
 $x_{P''} = b \cos(ct)$
 b *

12.4 Bewegingsvergelijkingen met goniometrische formules

Bladzijde 165

- 46 a $x_A = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
 $x_B = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
 b $x_C \approx 0,383$

Bladzijde 166

- 47 a $S(0,652; 0,348)$
 b $\sqrt{5}$
 c $\varphi \approx 26,6^\circ$

Bladzijde 167

- 48 a $CD = \sqrt{3}$
 b $\frac{1}{2}\sqrt{7}$
 c $\alpha \approx 40,9^\circ$
 d $\beta \approx 53,1^\circ$
- 49 a $A(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, 1)$
 $B(-1, \frac{1}{2}\sqrt{2})$
 b $t = \frac{1}{5}\pi, t = \frac{3}{5}\pi, t = 1\frac{2}{5}\pi$ en $t = 1\frac{4}{5}\pi$
 c *
 d $\frac{1}{2}\sqrt{30}$
 e $\varphi \approx 67^\circ$

- 50 a $A(1, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$
 b $BC = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
 c $t = 1\frac{5}{6}\pi \vee t = \frac{7}{18}\pi \vee t = 1\frac{1}{18}\pi \vee t = 1\frac{13}{18}\pi$
 d 90°
 e $\frac{1}{2}\sqrt{7}$

Bladzijde 168

- 51 a $A(0, \frac{1}{2}\sqrt{3}), B(0, \frac{1}{2}), C(0, -\frac{1}{2})$
 en $D(0, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$
 b $EH = \sqrt{2}$
 c $\varphi \approx 67^\circ$
 d $\frac{1}{2}\sqrt{14}$

- 52 a *
 b $a = \frac{1}{2}\pi \vee a = \frac{5}{6}\pi$

- 53 a
- | | | | |
|-----|------------------|------------------|-------------------|
| t | $\frac{1}{4}\pi$ | $\frac{3}{4}\pi$ | $1\frac{1}{4}\pi$ |
| x | 1 | 0 | -1 |
| y | 1 | -1 | 1 |
- b $p = 2$ en $q = -1$

Bladzijde 170

- 54 *
- 55 a $(-2, 1)$ en $(2, 1)$
 b $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ met $-2 \leq x \leq 2$
 *
- 56 *
- 57 a $(-1, 1)$ en $(1, -1)$
 b *
- 58 $a = \frac{1}{2}, b = -1\frac{1}{2}, c = -2$ en $d = 2$
 *

- 59 *

Bladzijde 172

- 60 $\begin{cases} x_T(t) = \sin(t) + \sin(2t) \\ y_T(t) = \sin(2t) - \sin(t) \end{cases}$

- 61 a $\begin{cases} x_Q(t) = \sin(2t) + \sin(t) + 1 \\ y_Q(t) = \sin(2t) - \sin(t) + 1 \end{cases}$
 b $(2 + \sqrt{3}, 1)$ en $(2 - \sqrt{3}, 1)$

- 62 a *
 b hoger

Bladzijde 173

- 63 a *
 b *
 c $B(1,89; 5,29)$

- 64 $A(-1, 1)$

- 65 de banen raken elkaar niet op de lijn
 $y = -x$

Diagnostische toets

Bladzijde 176

- 1 a $x = \frac{3}{4}\pi \vee x = \frac{3}{20}\pi \vee x = \frac{11}{20}\pi \vee x = \frac{19}{20}\pi$
 b $x = \frac{1}{4}\pi \vee x = 1\frac{1}{4}\pi \vee x = \frac{7}{12}\pi \vee$
 $x = \frac{11}{12}\pi \vee x = 1\frac{7}{12}\pi \vee x = 1\frac{11}{12}\pi$
 c $t = 2\frac{1}{7} \vee t = 2\frac{11}{17} \vee t = 6\frac{3}{17} \vee t = 9\frac{12}{17}$
- 2 a $\sin(2x)$
 b $\cos(2x)$
 c $\sin(6x)$
 d $\cos(10x)$
- 3 a $x = \frac{1}{9}\pi + k \cdot \frac{2}{3}\pi \vee x = \frac{2}{15}\pi + k \cdot \frac{2}{5}\pi$
 b $x = \frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi \vee x = \frac{5}{12}\pi + k \cdot \pi \vee$
 $x = -\frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi \vee x = \frac{7}{12}\pi + k \cdot \pi$

- 4 $y = 1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}\cos(4x)$

- 5 a *
 b *

- 6 $2\pi^2$

- 7 $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

Bladzijde 177

- 8** **a** minimaal 1 voor
 $t = 0, t = 1\frac{1}{3}\pi, t = 2\frac{2}{3}\pi$ en $t = 4\pi$
maximaal 5 voor
 $t = \frac{2}{3}\pi, t = 2\pi$ en $t = 3\frac{1}{3}\pi$
- b** *
- c** $t = \frac{2}{9}\pi \vee t = 1\frac{5}{9}\pi \vee t = 2\frac{8}{9}\pi \vee$
 $t = 1\frac{1}{9}\pi \vee t = 2\frac{4}{9}\pi \vee t = 3\frac{7}{9}\pi$
- 9** **a** $u = 5 \sin(8\pi t)$
b 28,8 km
- 10** **a** $AB = \sqrt{2}$
b $(-1, 1)$ en $(1, 1)$
c $\varphi = 60^\circ$
d 3
e $\begin{cases} x_Q(t) = \sin(3t) - \cos(2t - \frac{1}{3}\pi) \\ y_Q(t) = \cos(2t - \frac{1}{3}\pi) + \sin(3t) \end{cases}$
 $t = \frac{23}{30}\pi$

K Voortgezette integraalrekening

Voorkennis Afgeleiden en primitieven

Bladzijde 181

- 1 a $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{6x+1}}$
 b $f'(x) = -\frac{4}{(2x-1)\sqrt{2x-1}}$
 c $f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x}$
 d $f'(x) = 4\ln(2) \cdot 2^{4x-1}$
 e $f'(x) = (2x-1)\cos(x^2-x)$
 f $f'(x) = \frac{4}{\cos^2(4x - \frac{1}{3}\pi)}$

- 2 a $f'(x) = (\sin(2x) + 2\cos(2x))e^x$
 b $f'(x) = \frac{x^2+1-2x^2\ln(x)}{x(x^2+1)^2}$
 c $f'(x) = x\ln(x) + \frac{1}{2}x$
 d $f'(x) = -\frac{\ln(2)}{2^x}$
 e $f'(x) = 2\tan(x) + \frac{2x}{\cos^2(x)}$
 f $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$

Bladzijde 182

- 3 a $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \cos(x) + c$
 b $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x^2} + c$
 c $F(x) = \frac{4 \cdot 3^x}{\ln(3)} + c$
 d $F(x) = x\ln(2) - \frac{1}{2}x\ln(x) + \frac{1}{2}x + c$
 e $F(x) = \frac{6x(\ln(3x)-1)}{\ln(10)} + c$
 f $F(x) = \frac{2^x}{\ln(2)} - x - \frac{1}{2^x\ln(2)} + c$
- 4 a $F(x) = 2e^{\frac{1}{2}x-1} + c$
 b $F(x) = \frac{1}{2}\ln|2x-1| + c$

- c $F(x) = -\frac{4\cos(\pi x)}{\pi} + c$
 d $F(x) = \frac{1}{12}(4x+1)\sqrt{4x+1} + c$
 e $F(x) = \frac{(\frac{1}{2})^{2x-2}}{\ln(\frac{1}{2})} + c$
 f $F(x) = 4(x-1)\ln(x-1) - 4(x-1) + c$

- 5 a $\frac{1}{2}$
 b $3\ln(7)$
 c $2\frac{1}{2}e^2$
 d $\frac{12}{e} - \frac{12}{e^3}$

K.1 De substitutiemethode

Bladzijde 183

- 1 a *

b *

Bladzijde 184

- 2 a *

b *

c $a = 2\frac{1}{2}$

- 3 a x^3 d $\frac{1}{x}$
 b $5x^4$ e $5x - x^2$
 c $\frac{1}{2}\sin(2x)$ f $2\cos(4x)$

- 4 a $F(x) = \frac{1}{4}(x^2+4)^4 + c$
 b $G(x) = 2(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + c$
 c $H(x) = \frac{2}{5}(x^3-1)^5 + c$
 d $J(x) = -\cos(x^3-1) + c$

Bladzijde 185

- 5 a $F(x) = \frac{1}{24}(3x^2-4)^4 + c$
 b $F(x) = \frac{2}{3}(x^2-3)\sqrt{x^2-3} + c$
 c $F(x) = \ln(3x^2+2) + c$
 d $F(x) = \frac{1}{2}((x^2+1)\ln(x^2+1) - (x^2+1)) + c$

- 6 a $F(x) = \frac{1}{2} \ln^2(x) + c$
 b $G(x) = -\frac{1}{2} e^{-x^2} + c$
 c $H(x) = -\frac{1}{3} (5 - x^2) \sqrt{5 - x^2} + c$
 d $J(x) = \sqrt{x^2 + 1} + c$

7 $p = \sqrt{\ln(21)}$

- 8 a *

b *

Bladzijde 186

- 9 a $\frac{1}{2} \ln(2)$
 b $-\frac{11}{24} + \frac{5}{12} \sqrt{2}$
 c $\frac{1}{6}$

Bladzijde 187

- 10 a $F(x) = \sin(x) + \frac{1}{\sin(x)} + c$
 b $G(x) = -\frac{1}{5} \cos^5(x) + \frac{2}{3} \cos^3(x) - \cos(x) + c$

- 11 a $\frac{1}{3} \ln^3(2)$
 b $\ln(2)$
 c $\frac{e^2 - 1}{6e^2}$

- 12 a *

$u = 3$

b *

c *

d $33 \frac{11}{15}$

- 13 a $7 \frac{11}{15}$
 b $33 \frac{1}{3}$

- 14 a $4 \frac{1}{2}$
 b $p = e^2$

Bladzijde 188

- 15 a $\frac{1}{\sqrt{e}} \leq x \leq \sqrt{e}$
 b $\frac{2}{3}$

- 16 a $0 < p < 1$
 b $p = \sqrt[3]{4e^2 - 4}$

K.2 Partieel integreren

Bladzijde 190

- 17 a *

b *

c $H(x) = (2x + 3) \sin(x) + 2 \cos(x) + c$

Bladzijde 192

- 18 a *

b lukt niet

c $F(x) = x \ln(x) - x + c$

- 19 a $F(x) = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c$
 b $F(x) = 2x \sin(x) + 2 \cos(x) + c$
 c $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2 + c$
 d $F(x) = \frac{1}{4} x^4 \ln(x) - \frac{1}{16} x^4 + 3x + c$

- 20 a $2e$
 b $3\pi + 2$

- 21 a $A\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{1}{2e}\right)$
 b $\frac{2}{9} e^3 + \frac{1}{9}$

Bladzijde 193

- 22 a $B_f = \left\langle \leftarrow, \frac{1}{2e} \right\rangle$
 b $-\frac{2}{e} + 1$

- 23 a *

b *

c *

Bladzijde 194

- 24 a *

$p = 2a + b$ en $q = b + c$

b $F(x) = (4x^2 - 13x + 19)e^x + c$

- 25** a $G(x) = \frac{1}{2}e^x(\sin(x) - \cos(x)) + c$
b *
- 26** a $F(x) = \frac{1}{4}x^2 \sin(x) + \frac{1}{2}x \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) + c$
b $G(x) = \frac{1}{2}e^{-x}(\sin(x) - \cos(x)) + c$
c $H(x) = \frac{1}{5}e^{2x}(2 \sin(x) - \cos(x)) + c$
d $K(x) = x \ln^2(x) - 2x \ln(x) + 2x + c$

Bladzijde 195

- 27** a $3e^3 - e$
b $\frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}$
- 28** a max. is $f(-2\frac{1}{2}) = \frac{9}{e^2 \sqrt{e}}$
min. is $f(0) = -1$
b $\frac{7}{e} - \sqrt{e}$
- 29** a $10\sqrt{e} - 16$
b $\frac{1}{5}\pi$

K.3 Cyclometrische functies

Bladzijde 197

- 30** $\int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1}{\tan^2(t) + 1} \cdot (\tan^2(t) + 1) dt =$
 $\int_0^{\frac{1}{4}\pi} 1 dt = [t]_0^{\frac{1}{4}\pi} = \frac{1}{4}\pi$

Bladzijde 199

- 31** a *
b *
c *
- 32** ▶ Zie de tabel onderaan de bladzijde.

- 33** a $x = \sqrt{3}$
b $x = 1$
c $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$
d geen oplossing
e $x \approx 6,334$
f $x \approx 1,599 \vee x = -1,599$

Bladzijde 200

- 34** a $f'(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$
b $g'(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$
c $h'(x) = \frac{2x}{x^4 + 1}$
- 35** a $\frac{1}{2}\pi$
b $\frac{1}{4}\pi$
c $\frac{1}{3}\pi$
- 36** a $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{3}$
b $x \approx 2,63$
c $f'(x) = \frac{2x}{2x^4 + 2x^2 + 1}$
d $\frac{1}{6}\pi$

- 37** a $a = 2\frac{1}{2}$ en $b = \frac{1}{2}$
b $F(x) = 5 \arctan(\frac{1}{2}x) + c$

Bladzijde 201

- 38** a $F(x) = \frac{5}{8} \arctan(4x) + c$
b $G(x) = 2 \arctan(\frac{1}{2}x) + c$
c $J(x) = 5 \arctan(x + 3) + c$
d $J(x) = 3 \arctan(x + 2) + c$
- 39** a $\frac{1}{6}\pi \sqrt{3}$
b $\frac{1}{4}\pi$
c $\frac{5}{12}\pi$
d $\frac{1}{18}\pi^2$

▶ **32**

x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\arctan(x)$	$-\frac{1}{3}\pi$	$-\frac{1}{4}\pi$	$-\frac{1}{6}\pi$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$

Bladzijde 202

40 a $\frac{1}{12}\pi$
b $\frac{1}{12}\pi$
c $\frac{1}{4}\pi$
d $\frac{1}{4}\pi$

41 a max. is $f(4) = 10$
b $2\frac{1}{2}\pi$
c $p = 4 + \tan(1)$

42 $p = e$

43 $\int_{t=0}^{t=\frac{1}{6}\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(t)}} d\sin(t) =$
 $\int_0^{\frac{1}{6}\pi} \frac{1}{\sqrt{\cos^2(t)}} \cdot \cos(t) dt =$
 $\int_0^{\frac{1}{6}\pi} \frac{1}{\cos(t)} \cdot \cos(t) dt =$
 $\int_0^{\frac{1}{6}\pi} 1 dt = [t]_0^{\frac{1}{6}\pi} = \frac{1}{6}\pi$

Bladzijde 204

44 ▶ Zie de tabel onderaan de bladzijde.

45 a $x = 1$
b $x = -\frac{1}{2}$
c geen oplossing
d $x = 1\frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 2,598$

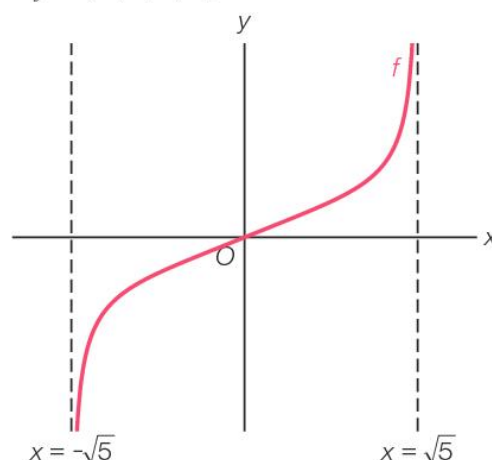
46 a $\frac{1}{18}\pi$ c $\frac{1}{12}\pi$
b $\frac{1}{2}\pi$ d $\frac{1}{12}\pi$

47 a $F(x) = x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$
b $G(x) = x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + c$

Bladzijde 205

48 a $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin^2(x) + c$
b $G(x) = \arcsin(\ln(x)) + c$

49 a $D_f = \langle -\sqrt{5}, \sqrt{5} \rangle$



b $-\sqrt{5} < x \leq -2 \vee 0 \leq x \leq 2$
c $\frac{1}{12}\pi$

K.4 Breuksplitsen

Bladzijde 207

50 a $F(x) = \ln(x^2 + 1)$
 $G(x) = \arctan(x)$
b *
 $H(x) = \ln(x^2 + 1) + \arctan(x) + c$

51 a *
b *

Bladzijde 209

52 a $F(x) = 2x - \ln|x+1| + c$
b $F(x) = x - \ln|x+1| + c$
c $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \ln|2x+1| + c$
d $F(x) = -x + 3 \ln|x+1| + c$

53 a $1\frac{1}{2} + 2 \ln(2)$
b $14 + \ln(3)$

▶ 44 a

x	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\arcsin(x)$	$-\frac{1}{2}\pi$	$-\frac{1}{3}\pi$	$-\frac{1}{4}\pi$	$-\frac{1}{6}\pi$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$

54 **a** $F(x) = -2x + 2\frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$
 $G(x) = -3x - \ln|1-2x| + c$
b $7\frac{1}{2} + \ln(\frac{5}{11})$

55 **a** $A(1, 1)$
b $4\frac{2}{3} - 2\ln(3)$

56 **a** $F(x) = 3x - 2\ln|x+1| + c$
b $G(x) = 2x + \ln|2x-1| + c$

Bladzijde 210

57 **a** *
b *
c *
d *
e *

Bladzijde 213

58 $p(x) = x^2 - 3x + 5$, $q(x) = 1$,
 $l(x) = x + 1$, $b = -4$ en $c = 4$

59 **a** $F(x) = x + \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) - \arctan(x) + c$
b $F(x) = x + \frac{1}{x-3} + c$
c $F(x) =$
 $\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{4}\ln|x-1| + 6\frac{3}{4}\ln|x+3| + c$

60 **a** $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$
b $F(x) =$
 $\frac{1}{2}x^2 + 6x + 28\ln|x-3| - \frac{30}{x-3} + c$
c $F(x) =$
 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \ln|x| - \frac{3}{4}\ln|2x+1| + c$

61 **a** $2 - 2\ln(2)$
b $12\ln(5) - 3\frac{1}{5}$
c $4\ln(3) - 2\ln(5)$

62 **a** $-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\pi$
b $3\frac{1}{3} - 4\ln(2)$
c $20\frac{2}{3} + 41\ln(3) - 40\frac{1}{2}\ln(5)$

63 $F(x) = \ln|x-2| + \ln|x-3| + c$
 $F(x) = \ln|x^2 - 5x + 6| + c$
 *

64 **a** $B_f = [-\frac{5}{8}, \rightarrow)$
b $4 + 2\frac{1}{2}\ln(5)$

Bladzijde 214

65 **a** max. is $f(-2) = -4$
 min. is $f(2) = \frac{4}{9}$
b $x \leq -6 \vee -4 < x < -1 \vee x \geq -\frac{2}{3}$
c $6 + 1\frac{2}{3}\ln(7) + 6\frac{2}{3}\ln(\frac{2}{5})$

66 **a** $3 - \ln(4)$
b $3\frac{3}{4}\pi - 2\pi\ln(4)$

67 **a** $(3, \ln(10))$ en $(\frac{1}{3}, \ln(\frac{1}{9}))$
b $4 - \pi$

K.5 Integralen bij parameterkrommen

Bladzijde 216

68 **a** *
b *

69 **a** *
b $10\frac{2}{3}$
c *

Bladzijde 217

70 **a** *
b $17\frac{1}{15}\pi$

Bladzijde 218

71 $3\frac{7}{15}$

72 3

Bladzijde 219

73 **a** *
b *
c *

Bladzijde 220

- 74** **a** $17\frac{1}{15}$
b $21\frac{1}{3}\pi$

Bladzijde 221

- 75** $43\frac{1}{5}$
- 76** **a** $5\frac{1}{3}$
b $2\frac{2}{15}\pi$
- 77** **a** 4π
b π^3

Diagnostische toets**Bladzijde 224**

- 1** **a** $F(x) = (x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2} + c$
b $F(x) = \sin(x^3 + 2) + c$
c $F(x) = 2(x^2 + 3x)\ln(x^2 + 3x) - 2(x^2 + 3x) + c$
- 2** **a** $\frac{2}{3}$
b $\frac{1}{4}$
c $3\ln(5)$
- 3** *
- 4** **a** $F(x) = -2x\cos(2x) + \sin(2x) + c$
b $G(x) = \frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{1}{9}x^3 + c$
- 5** **a** min. is $f(-\sqrt{2}) = (-2\sqrt{2} - 2)e^{-\sqrt{2}}$
max. is $f(\sqrt{2}) = (2\sqrt{2} - 2)e^{\sqrt{2}}$
b 4
- 6** **a** $F(x) = -2x^2\cos(2x) + 2x\sin(2x) + \cos(2x) + c$
b $G(x) = \frac{1}{5}e^x(\sin(2x) - 2\cos(2x)) + c$
- 7** **a** $\frac{2}{3}\pi$
b $\frac{1}{4}\pi$
c $\frac{1}{2}\pi$
d $\frac{1}{192}\pi^3$

Bladzijde 225

- 8** **a** $\frac{1}{2}\pi - 1$
b $p = 2 + \sqrt{3}$
- 9** **a** $F(x) = \frac{1}{2}\arcsin(2x) + c$
b $G(x) = \arcsin(x^5) + c$
- 10** **a** $6 + 8\ln(\frac{3}{5})$
b $4\frac{2}{3} + \ln(2)$
- 11** **a** max. is $f(-3) = -9$
min. is $f(1) = -1$
b $7\frac{1}{2} - 4\ln(4)$
- 12** **a** $F(x) = \ln|x^2 - 6x + 10| + 9\arctan(x - 3) + c$
b $G(x) = x + 8\ln|x - 2| - \frac{12}{x - 2} + c$
c $H(x) = 3\ln|x - 1| - 3\ln|x + 1| + c$
- 13** **a** $15\frac{7}{15}$
b $\frac{8}{15}$

Gemengde opgaven

Bladzijde 226

- 1** a $-1 < x \leq 4\frac{2}{5}$
b AB is niet meer dan drie keer zo lang als CD
c *
- 2** a $x = 1000$
b $x = 62$
c $x = -1\frac{4}{5} \vee x = 78\,123$
d $x = 7\frac{1}{2}$
- 3** a $x = \sqrt{e} \vee x = e^2$
b $x = \ln(4)$
c $x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{e}$
d $x = \frac{4e}{4-e}$
e $x = 2 + e^2 \vee x = 2 + \frac{1}{e^2}$
f $x = 0 \vee x = \ln(\frac{2}{3})$
- 4** a 7 jaar en 7 maanden
b 89 uren
c 2,3%
d 55 dagen

Bladzijde 227

- 6** a $f'(x) = (x^2 + 2x)e^{x-1}$
b $g'(x) = \frac{2\ln(x) + 2}{x}$
c $h'(x) = \frac{3x^2 - 2x}{(x^3 - x^2)\ln(2)}$
d $j'(x) = \frac{1}{x\ln(2x)}$
- 7** a verm. x -as met $\frac{1}{e^6}$
b translatie $(0, -2\ln(3))$

- 8** a $(1, 4e)$ en $(3, 0)$
b $x = 1 + \sqrt{2}$ en $x = 1 - \sqrt{2}$
c $p \approx 6,30$

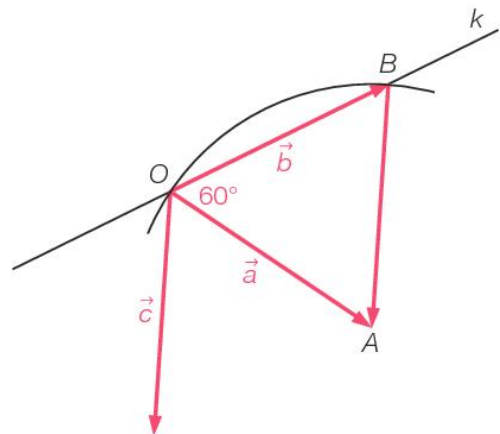
- 9** a max. is $f_{-2}(e^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2e}$
b $e^{-\frac{5}{6}}$
c $p = \frac{-3}{e^2}$

- 10** a 2
b $x_p \approx 0,107$

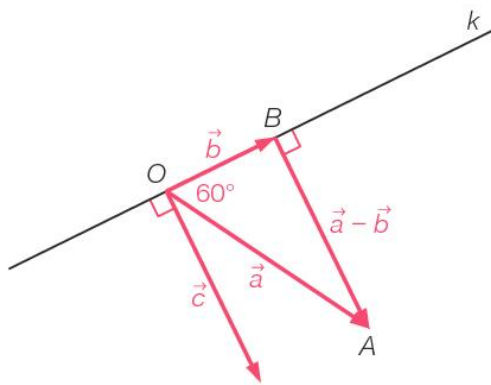
Bladzijde 228

- 11** a $t = \ln(100e^2p^{-2})$
b $x = 200e^{-y}$
c $x = \ln\left(\frac{y}{1+e+e^2+e^3}\right)$
*
- 12** a $S(4, -1)$
b $m: 5x - y = 2$
c 45°
d $P(3\frac{8}{13}, -\frac{12}{13})$
- 13** a $11,9^\circ$
b $S(-14\frac{1}{2}, 25\frac{1}{4})$
c $n: 2x - 5y = 0$
d $T(3, -1)$

- 14** a



b



c *

Bladzijde 229

- 15 a $E(3, 5)$
b *
- 16 a $M(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b, -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b)$
b *
- 17 a $a = 3$ en $d = 4$
b $a = 2$ en $d = -1 + \sqrt{2}$
- 18 a D ligt op de lijn AB
b $S(3\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$
c $P(3\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$ en $P(-2\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
d $p = 15$ en $q = 1$

Bladzijde 230

- 19 a *
b $Q(14\frac{2}{25}, 13\frac{11}{25})$
- 20 a evenwijdig met de x -as in $(0, 0)$ en $(-3, 1)$
geen punten met raaklijn evenwijdig met de y -as
b $0 < t < 1$
c $2\sqrt{145}$
d 0 voor $t = 2$
e $t = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} \vee t = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$

- 21 a $(0, 0), (6, 0), (0, -1)$ en $(0, 3)$
b $t = 0 \vee t = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{3} \vee t = 1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}$
c $(0, 0)$ en $(-\frac{8}{27}, -\frac{5}{9})$
d $\sqrt{157}$
e $\frac{11}{17}\sqrt{17}$

Bladzijde 231

- 22 a *
b *
c *
d *
- 23 a $F(x) = \frac{7(x \ln(5x) - x)}{\ln(10)} + c$
b $F(x) = 2e^{\frac{1}{2}x-1} + c$
c $F(x) = 5(2x - 4) \ln(2x - 4) - 5(2x - 4) + c$
d $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 12\sqrt{x} - \frac{8}{x} + c$
e $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + 2x^3 + 9x + c$
f $F(x) = -\frac{3}{4}\cos(4x) + c$
- 24 a $F(x) = \frac{1}{9}(6x + 3)\sqrt{6x + 3} + c$
b $F(x) = 5 \ln|2x - 1| + c$
c $F(x) = -\frac{1}{3}(3x - 6)^{-1} + c$
d $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x + 5| + c$
e $F(x) = \frac{10^{2x-3}}{2 \ln(10)} + c$
f $F(x) = \frac{4^x}{\ln(4)} + \frac{2^{-x}}{\ln(2)} + c$

25 $a = 1, b = -2$ en $c = 3$

26 $p = 3$

27 $p = 1\frac{1}{5} \ln(6) - 1\frac{1}{2}$

Bladzijde 232

- 28 a $-2,8125 \text{ m/s}^2$
b de wielrenner kan op tijd stoppen

29 a $\frac{2}{\ln(3)} + 1$
 b $\frac{8\pi}{\ln(3)} + \pi$
 c 9,89

30 a $\frac{89}{648}\pi r^3$
 b $p \approx 0,35$

31 $49\frac{1}{3}\pi$

Bladzijde 233

32 a $(-\frac{3}{4}e^2 + 3e - \frac{3}{4})\pi$
 b *

33 a $x = -\frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi$
 b $x = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee x = \frac{1}{9}\pi + k \cdot \frac{2}{3}\pi$
 c $x = -\frac{3}{8}\pi + k \cdot \pi \vee x = -\frac{1}{8}\pi + k \cdot \pi$
 d $x = k \cdot \pi \vee x = \frac{1}{3}\pi + k \cdot \pi$

34 a $F(x) = 4\frac{1}{2}x + 4\cos(x) - \frac{1}{4}\sin(2x) + c$
 b $G(x) = -\frac{2}{7}\cos(3\frac{1}{2}x) + c$
 c $H(x) = x + \sin(2x) + c$

35 a *
 b *
 c *

36 a $v(t) = ab$
 b *
 c 20

Bladzijde 234

37 a *
 $B_f = [1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}]$
 b $1 - \frac{1}{4}\pi$
 c *

38 a Q
 4,8 m
 b $t = 1$
 c $t \approx 0,236$

39 a $2 + \pi$
 b $-\frac{1}{8} < p < 0 \vee 0 < p < 1$
 c *
 $p = 1$

40 a $a = -2$ en $b = 3$
 b $(-\sqrt{2}, -1)$ en $(\sqrt{2}, -1)$

Bladzijde 235

41 a maximale afstand 9 voor
 $t = \frac{1}{2}\pi$ en $t = 1\frac{1}{2}\pi$
 minimale afstand 1 voor $t = 0$, $t = \pi$
 en $t = 2\pi$
 b *
 c $t = \frac{1}{4}\pi \vee t = \frac{3}{4}\pi \vee t = 1\frac{1}{4}\pi \vee t = 1\frac{3}{4}\pi$
 d $t \approx 0,76$

42 a $\varphi = 60^\circ$
 b $k: y = -\frac{3}{4}\sqrt{2} \cdot x + \frac{1}{2}\sqrt{2}$
 c 3
 d $p \approx -0,94 \vee p \approx 0,17 \vee p \approx 0,77$

43 a $\varphi \approx 62,1^\circ$
 b $\frac{1}{2}\sqrt{82}$
 c *
 d $\begin{cases} x_Q = 3\cos(t + \frac{1}{2}\pi) - 2\cos(2t) \\ y_Q = 2\cos(2t) + 3\cos(t + \frac{1}{2}\pi) \end{cases}$
 e 3,26

Bladzijde 236

44 a $F(x) =$
 $\frac{1}{2}\ln(x^2 - 4x + 8) + 2\arctan(\frac{1}{2}x - 1) + c$
 b $F(x) = -\cos(x^3) + c$
 c $F(x) = \frac{3}{4}(1 + \sin(x)) \cdot \sqrt[3]{1 + \sin(x)} + c$
 d $F(x) = (x + 2)\sin(2x) + \frac{1}{2}\cos(2x) + c$
 e $F(x) = -2\sqrt{16 - x^2} + \arcsin(\frac{1}{4}x) + c$
 f $F(x) = -2\sqrt{-x^2 - 4x - 3} + c$
 g $F(x) = 1\frac{1}{2}\ln|x + 2| + \frac{1}{2}\ln|x + 4| + c$

45 a *
 b $k: y = -4x + 2\pi$
 c $1\frac{1}{3}$

46 a $\frac{2}{3} + \ln(\frac{3}{4})$
 b $p = 10$

- 47** **a** $(-\sqrt{5}, -2\frac{1}{2}\sqrt{5}), (-\sqrt{2}, -4\sqrt{2}), (\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$
en $(\sqrt{5}, 2\frac{1}{2}\sqrt{5})$
b $k: y = x + 4\frac{1}{2}$
c $p < -4\sqrt{2} \vee -2\frac{1}{2}\sqrt{5} < p < 2\frac{1}{2}\sqrt{5} \vee p > 4\sqrt{2}$
d $4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}\ln(10)$

Bladzijde 237

- 48** **a** $(0, -1) \text{ en } \left(-2\frac{1}{2}, \frac{9}{e^2 \cdot \sqrt{e}}\right)$
b $\frac{7}{e} - \sqrt{e}$
c $p \approx -0,113$
- 49** **a** $F(x) = \frac{1}{4}x^4 \ln(x) - \frac{1}{16}x^4 + c$
b $F(x) = 1\frac{1}{2}x^2 \ln(x) - \frac{3}{4}x^2 + c$
c $F_n(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} \ln(x) - \frac{1}{(n+1)^2}x^{n+1} + c$
d $F_m(x) = \frac{1}{2}mx^2 \ln(x) - \frac{1}{4}mx^2 + c$
- 50** **a** $6 - 2e$
b $p = 2$
- 51** **a** $B_f = [1, \rightarrow)$
b $p = \ln(3 + \sqrt{10}) \text{ en } p = \ln(-3 + \sqrt{10})$
c $(\frac{1}{2}e^2 - 2\frac{1}{6})\pi$
- 52** **a** $F(x) = -\ln(1 + e^{-x}) + c$
b $F(x) = \tan(x) \cdot \ln(\sin(x)) - x + c$
c $F(x) = \frac{1}{10}(2x+1)^2 \cdot \sqrt{2x+1} - \frac{1}{6}(2x+1)\sqrt{2x+1} + c$

Bladzijde 238

- 53** **a** $*$
b $67,64$
- 54** **a** $10\frac{2}{3}$
b $157,91$

Verantwoording

Technisch tekenwerk: Integra Software Services

Colofon

Omslagontwerp: InOntwerp, Assen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers, Sappemeer

Lay-out: Integra Software Services

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 21

© 2021 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-73807-5



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.

Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.

Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.

Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.



www.getalenruimte.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-73807-5



9 789001 738075