

Oefentoets vwo B deel 3

Hoofdstuk 12 Goniometrische formules

Formules

$$\sin(t+u) = \sin(t)\cos(u) + \cos(t)\sin(u)$$

$$\sin(t-u) = \sin(t)\cos(u) - \cos(t)\sin(u)$$

$$\cos(t+u) = \cos(t)\cos(u) - \sin(t)\sin(u)$$

$$\cos(t-u) = \cos(t)\cos(u) + \sin(t)\sin(u)$$

$$\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2\cos^2(t) - 1 = 1 - 2\sin^2(t)$$

OPGAVE 1

Vul in.

2p De grafiek van een functie f is puntsymmetrisch in het punt (a, b) als voor elke p geldt ...

OPGAVE 2

3p a Los exact op $\sin(3x) = -\cos(2x - \frac{1}{6}\pi)$

3p b Los exact op $9\sin^3(2x) = \sqrt{3}\cos^3(2x)$

6p c Los $\cos^2(\frac{1}{4}\pi x) + 3\sin(\frac{1}{4}\pi x) = 2\frac{1}{4}$ exact op in $[0, 10]$.

OPGAVE 3

3p a Herleid $\sin(x + \frac{2}{3}\pi) + \cos(x - \frac{1}{6}\pi)$ tot de vorm $a\cos(x)$.

3p b Herleid $4\cos^2(\frac{1}{2}x) - 3\sin^2(\frac{1}{2}x)$ tot de vorm $a + b\cos(cx)$.

3p c Herleid de formule $y = \cos(6x) + 2\cos^2(3x)$ tot de vorm $y = a + b\sin^2(cx)$.

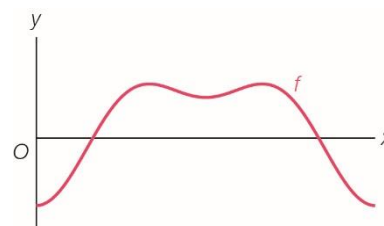
OPGAVE 4

Gegeven is de functie $f(x) = \sin^2(x) - \cos(x) - \frac{1}{4}$ met domein $[0, 2\pi]$.

3p a Bewijs dat de grafiek van f symmetrisch is in de lijn $x = \pi$.

5p b Bereken algebraïsch het bereik van f .

8p c Bereken exact de oppervlakte van het vlakdeel V dat ingesloten wordt door de grafiek van f en de x -as.



OPGAVE 5

Van de punten A en B zijn de bewegingsvergelijkingen $\begin{cases} x_A(t) = 2\cos(2t) \\ y_A(t) = 2\sin(2t) \end{cases}$ en

$\begin{cases} x_B(t) = 3\cos(3t) \\ y_B(t) = 3\sin(3t) \end{cases}$ met t de tijd in seconden en $0 \leq t \leq 2\pi$.

Voor de afstand tussen A en B geldt $AB = \sqrt{13 - 12\cos(t)}$.

4p a Bewijs dit.

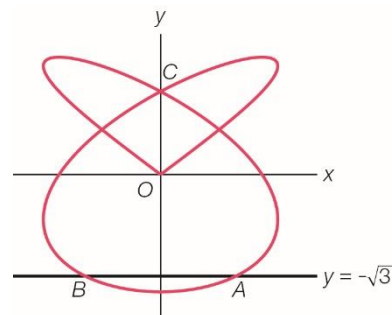
6p b Bereken exact voor welke t de afstand tussen A en B tussen $\sqrt{7}$ en $\sqrt{19}$ ligt.

OPGAVE 6

De baan van een punt P is gegeven door

$$\begin{cases} x_P(t) = 2 \sin(4t) \\ y_P(t) = 2 \cos(3t - \frac{1}{4}\pi) \end{cases} \text{ met } -\frac{3}{4}\pi \leq t \leq \frac{1}{4}\pi \text{ en } t \text{ de tijd in}$$

seconden. In de figuur hiernaast zie je de baan van P .



4p

a De lijn $y = -\sqrt{3}$ snijdt de baan in de punten A en B .

Bereken exact hoeveel tijd het punt P er over doet om van A naar B te komen.

6p

b De baan snijdt zichzelf op de y -as in het punt C .

Bereken in graden de hoek φ die de baan in C met zichzelf maakt. Rond af op één decimaal.

5p

c Bereken exact de baansnelheid van P in het snijpunt van de baan met de positieve x -as.

OPGAVE 7

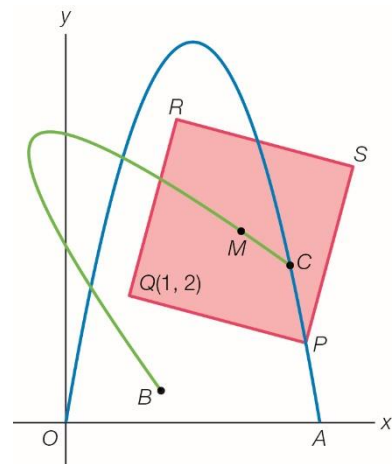
De kromme met de keerpunten O en A die in de figuur hiernaast is getekend, is de baan van een punt P en wordt

$$\text{gegeven door } \begin{cases} x_P(t) = 2 \sin(t) + 2 \\ y_P(t) = 3 \cos(2t) + 3 \end{cases}$$

Het lijnstuk PQ met $Q(1, 2)$ is zijde van het vierkant $PQRS$. Het punt M is het midden van dit vierkant. Als het punt P zijn baan beschrijft, beweegt punt M mee. In de figuur is ook de baan van M met de keerpunten B en C getekend.

De bewegingsvergelijkingen van M zijn

$$\begin{cases} x_M(t) = \sin(t) - 1\frac{1}{2} \cos(2t) + 1 \\ y_M(t) = \sin(t) + 1\frac{1}{2} \cos(2t) + 3 \end{cases}$$



4p

a Bewijs dit.

5p

b Bereken exact de coördinaten van de keerpunten B en C .